弾塑性構成モデルにおける状態変数の働きと重要性の検討

東北学院大学工学部環境建設工学科 学生会員 o小日向晃尚 齊藤稜 新田悠生 東北学院大学工学部環境建設工学科 フェロー会員 飛田善雄

1. 序論

砂の構成モデルに関する研究は、粘性土に対するカ ムクレイモデルとは異なり、摩擦則とダイレイタンシ ーの表現を可能とする非関連流動則を利用する弾塑性 モデルを中心になされてきた.

これらのモデルの中で、当研究室では、Li & Dafalias (以下 L&D)¹⁾が 2000年に提案した、状態変数 ψ により密度・拘束圧依存性を表現するモデルの適用性を検討してきた²⁾.今回は、状態変数 ψ がモデルの中で果たす役割について詳細に検討した.

2. L&D モデルの特徴

L&D モデルは、砂のような粒状体の挙動を表現する 目的で提案された数多くのモデルのうち、有効拘束圧 および密度依存性を比較的簡単な関係式で表現できる モデルである. せん断変形が卓越した状態で、せん断応 力の変化がなくダイレイタンシーも生じない限界状態 (Critical state)の存在を仮定し、限界状態での間隙比と 有効拘束圧の一意的な関係を利用して、状態変数 ψ を、 式(1)で定義する.

$$\psi = e - e_c = e - \left| e_{\Gamma} - \lambda_c \left(p' / p_a \right)^{\xi} \right| \tag{1}$$

ここで e_{Γ} はp' = 1[kPa]時における限界状態間隙比, p_a は大気圧, λ_c と ξ は物性パラメータである.この状態 変数 ψ に,塑性係数,ダイレイタンシー係数が依存する という定式化を行うことにより,密度および有効拘束 圧依存性を簡潔に表現している.L&D モデルでは,状 態変数 ψ が重要な役割を果たし、 ψ が正の時には緩い砂 の挙動を示し、 ψ が負の時には密な砂の挙動を示す. L&D モデルを用いた計算結果として、非排水条件時の 計算結果を示す.

図-1 は非排水条件時の密度依存性挙動を表現した計算結果である.初期拘束圧は1000kPaである.密なものほど高いせん断抵抗を示していることがわかる.

ψの重要性の検討

せん断変形が卓越するような経路では、 ψ が影響して 限界状態に達することを確認した.このことから、 ψ





図 1.非排水せん断試験のp-q関係

に着目して限界状態へ達するメカニズムを調べた.本 研究では、 ψ 、 ψ に依存するパラメータ、に着目し、限 界状態との関係を調べた.

(1) ψを固定したときの挙動の確認

状態変数ψにより密度および拘束圧依存性を表現す る.さらに、変形中にも状態変数ψは値を変えて、せ ん断が卓越する経路では、限界状態に到達する.この 状態変数の変化の役割を理解するために、設定した初 期密度に相等するψの値とオリジナルモデルにおける 変形中のψの最小値の2つを、変形中に更新すること なく一定値と設定して、その挙動を計算した.図-2に 計算結果を示す.非排水条件で初期有効拘束圧 1000kPa,初期間隙比0.75とし、計算を行った.ま た、比較としてオリジナルモデルの計算結果も記載し

キーワード: 弾塑性構成モデル, 状態変数

東北学院大学 〒985-8537 多賀城市中央一丁目 13-1, Tel: 022-368-7396

図 2. ψ を固定したときの $q - \gamma$ 関係

た.図-2より, せん断初期では,オリジナルモデルに 近い挙動を示している.しかし,オリジナルモデルの 様に限界状態に達する傾向は見られない.さらに,計 算ステップを増やしていくと,有効拘束圧もせん断応 力も増加してく.これらの計算結果より,状態変数 が変形中に更新され,限界状態に到達させることの重 要性が確認できた.

(2) ψに依存する変数の役割

 ψ の役割を理解するために、 ψ に依存する2つの変数:ダイレイタンシー係数dと塑性係数 K_p に着目した. $d \geq K_n$ は式(2)、(3)で与えられる.

$$d = \frac{d0}{M} \left(M e^{m\psi} - \eta \right) \tag{2}$$

$$K_p = \frac{hGe^{n\psi}}{\eta} (Me^{-n\psi} - \eta)$$
(3)

図-3,図-4はそれぞれ非排水せん断時における $\psi \ge d$, K_p をプロットした図である.この2つの変数の緩い砂 $(\psi > 0)$ の場合と密な砂の場合 $(\psi < 0)$ の場合に分 けて、 ψ の動きを追ってみた.

緩い砂のせん断初期には、 $\psi \approx 0$ 、d > 0、 $K_p > 0$ の 状態から計算が始まる.この時は、体積圧縮、ひずみ 硬化を示している.せん断が進むにつれて、dp' < 0、 $\psi < 0$ 、d < 0、 $K_p > 0$ となり、体積膨張(dp' > 0)、ひずみ軟化という状態に変化する.そして、その ままの傾向で限界状態に達することが分かる.

それに対して、密な砂の場合のせん断初期は、 $\psi < 0$ 、d > 0、 $K_p > 0$ の状態から計算が始まる.この時、 体積圧縮、ひずみ硬化を示す.せん断が進むにつれ て、密な砂の場合も、 $\psi < 0$ 、d < 0、 $K_p > 0$ の状態に なり体積膨張、ひずみ硬化を示す.しかし、密な砂の 場合は、 η の増加とともに、Mを超える高い応力比 η を 示し、 $K_p < 0$ となり、ひずみ軟化を示す.さらに、体 積圧縮傾向を示し、dp' > 0という複雑な過程を経て、 限界状態に達していることがわかる.

以上のことから,密度によらず $d \ge K_p$ の働きにより,限界状態に到達させようというメカニズムが,L&D モデルには内蔵されていることに分かる.

(3) ψに依存する変数の役割

dとK_pの定義式に含まれるパラメータmとnの影響を 調べるために、その値を変えて計算した.図-5 にその 計算結果を示す.非排水条件で初期有効拘束圧 1000kPa,初期間隙比 0.75 とし、mとnの値をそれぞれ 10 倍、100 倍に設定した.比較としてオリジナルモデ ルの計算結果も記載した.mとnの値を変化させても、











図 5.式(2), (3) m, nが q - γ関係に及ぼす影響

限界状態に到達させようとするメカニズムは失われない.しかし、応力-ひずみ関係は、実験結果と大きく 異なる結果となった.このことから実験結果の再現に は適切なmとnの設定が必要であることが分かる.

5. 参考文献

- Li and Dafalias(2000):Dilatancy for cohesionless soil, Geotechnique, 50, 4, pp. 449-460
- 2) 飛田他(2008):密度と拘束圧依存性を考慮した 砂の構成モデルの検証,土木学会,応用力学論文 集, Vol. 11pp. 411-422,