

格子ボルツマン法による津波の陸上遡上計算モデルの検討

東北大学

学生会員 ○児玉 宗典

東北大学大学院

学生会員 佐藤 兼太

東北大学災害科学国際研究所

正会員 越村 俊一

1. 序論

従来、津波の数値解析分野においては、有限差分法による離散的に支配方程式を解く手法が多く用いられてきた。一方で、近年、陽解法であることや並列計算に向いていることなどから、格子ボルツマン法が注目されている。浅水理論における格子ボルツマン法は簡便なアルゴリズムで記述できるため、正確にモデル化を行うことが簡便であるが、外力である地形勾配や底面粗度等の影響が正確に計算できないことがFrandsen(2008)の研究から明らかとなっている。そこで本研究では、格子ボルツマン法によって円錐島における陸上遡上計算を行い、遡上高についての実験値と計算結果との比較から、格子ボルツマン法による津波の陸上遡上計算が可能であるかについて検証する。

2. 格子ボルツマン法

(1) 格子ボルツマン法の概要

格子ボルツマン法（以下、LBM）は、気体分子運動論をアナロジーとする粒子法的一种である。LBMは、流体を規則的な格子点上を移動する仮想的な粒子の集合体と近似し、仮想粒子の衝突・並進の時間発展を格子ボルツマン方程式を用いて逐次計算し、巨視的な流れ場の諸量を求める手法である。津波数値計算で従来用いられてきた有限差分法などの、巨視的な変数によって記述された支配方程式を離散的に解く手法と異なり、LBMは、仮想粒子の分布頻度を表す粒子分布関数 f_α を追跡するため、メゾスケールの解析手法と位置づけられている。LBMの特長として、(1)扱う変数が粒子分布関数のみであり、簡便なアルゴリズムで記述できること、(2)陽解法であり、大規模な並列計算に向いていること、(4)複雑な地形場においても簡単な境界条件で計算が可能であること、などが挙げられる。

(2) 格子形状

本研究のLBMの平面2次元計算では、計算精度の担保

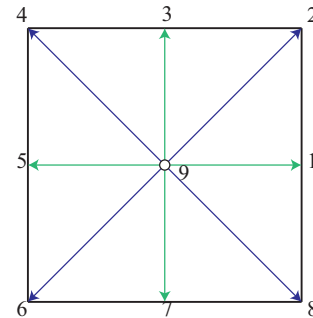


図-1 2次元9方向型格子形状

および境界条件の取り扱いの容易さの観点から、図-1に示すような2次元9方向型格子を採用する。仮想粒子の運動は1から9方向に制限され、その速度ベクトル e_α は式(1)で定義される。

$$e_\alpha = \begin{cases} e \left[\cos \frac{(\alpha-1)\pi}{4}, \sin \frac{(\alpha-1)\pi}{4} \right] & (\alpha = 1, 3, 5, 7) \\ \sqrt{2}e \left[\cos \frac{(\alpha-1)\pi}{4}, \sin \frac{(\alpha-1)\pi}{4} \right] & (\alpha = 2, 4, 6, 8) \\ (0, 0) & (\alpha = 9) \end{cases} \quad (1)$$

ここで e は、空間格子間隔 Δx 、時間刻み幅 Δt を用いて、 $e = \Delta x / \Delta t$ と定義される。

(3) 格子ボルツマン方程式

時刻 t 、位置 x で i 方向の速度を持つ粒子の分布関数 $f_i(x, t)$ の時間発展を格子ボルツマン方程式を用いて解く。本研究では、格子BGKモデルを使用する。格子ボルツマン方程式は仮想粒子の並進と衝突の二つの過程を表しており、並進過程において、粒子は速度ベクトルに応じた方向の隣接格子点へ移動し、衝突過程においては、粒子分布が単一の割合で局所的な平衡状態へ再分配される。式(2)が格子BGKモデルの格子ボルツマン方程式である。

$$f_\alpha(x + e_\alpha \Delta t, t + \Delta t) = f_\alpha(x, t) - \frac{1}{\tau} (f_\alpha - f_\alpha^{eq}) \quad (2)$$

この式(2)において、 f_α^{eq} は局所平衡分布関数を、 τ は単一緩和時間を示す。 τ は動粘性係数の関数であり、LBMにおける粘性のパラメータである。局所平衡分布関数は、格子形状に沿った速度ベクトル方向 α に応じて以下の式(3)のように表される。

キーワード: 格子ボルツマン法, 浅水長波理論, 陸上遡上計算モデル, Chapman-Enskog展開, Bounce-back条件

連絡先: 仙台市青葉区荒巻字青葉468-1, TEL: 022-752-2082, FAX: 022-752-2083

$$f_{\alpha}^{eq} = \begin{cases} \frac{gh^2}{6e^2} + \frac{h}{3e^2} e_{\alpha i} u_i \\ \quad + \frac{h}{2e^4} e_{\alpha i} e_{\alpha j} u_i u_j - \frac{h}{6e^2} u_i u_j \\ \text{(where } \dots \alpha = 1, 3, 5, 7) \\ \frac{gh^2}{24e^2} + \frac{h}{12e^2} e_{\alpha i} u_i \\ \quad + \frac{h}{8e^4} e_{\alpha i} e_{\alpha j} u_i u_j - \frac{h}{24e^2} u_i u_j \\ \text{(where } \dots \alpha = 2, 4, 6, 8) \\ h - \frac{5gh^2}{6e^2} - \frac{2h}{3e^2} u_i u_j \\ \text{(where } \dots \alpha = 9) \end{cases} \quad (3)$$

3. 陸上遡上アルゴリズム

本研究の陸上遡上アルゴリズムとしてJanßen et al(2012)に倣い、巨視的変数を外挿する手法を用いる。隣接格子点との地盤高及び水深から、水深の差を計算し、その差が遡上を行うものとして計算する。遡上しない場合は、地盤を滑りのない固定壁として、Bounce-back条件を用いて進行方向に対し180度完全反射させる。

4. 数値計算

(1) 条件設定

図-2に示すように、左方向から波高水深比0.045の孤立波を入射させ、頂部、底部の直径がそれぞれ2.2m, 7.2m, 高さ0.625m, 勾配0.25の円錐島に対する陸上遡上計算を行う。円柱島以外は一様水深として0.32mを与える。円柱島には水深を測定するゲージを4点、6, 9, 16, 22にそれぞれ設置する。

(2) 計算結果

時系列水位を出力した計算結果と実験値を比較したものをそれぞれ図-3, 図-4に示す。ゲージ6, ゲージ9のそれぞれについて、実験値と計算結果の時系列水位の最大

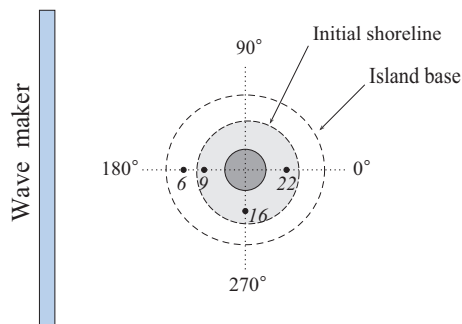


図-2 Conical island

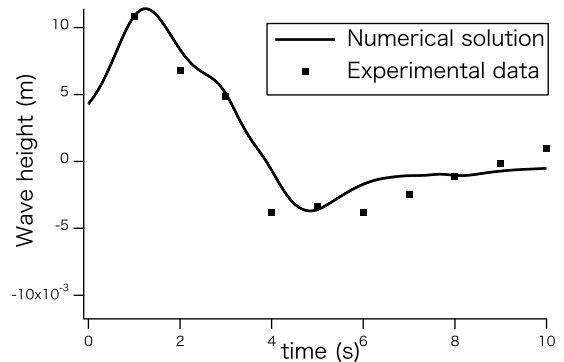


図-3 gage6 の時系列水位

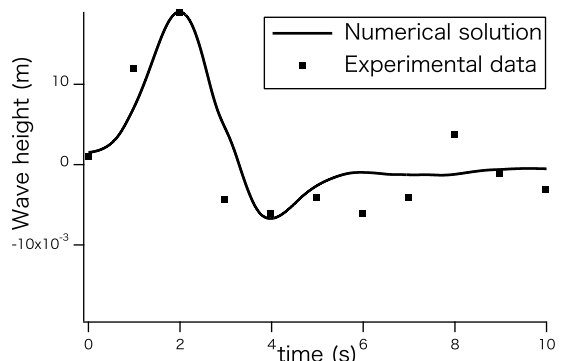


図-4 gage9 の時系列水位

値が高精度に一致することを明らかにした。一方、 $t=4s$ 以降の水位変動については、ゲージ6, ゲージ9ともに実験値と計算結果に大きな差が見られ、本手法では遡上後の波高が正しく計算できていないということがわかった。

5. 結論

時系列水位の最大値は計算結果と一致したものの、それ以外の点では実験値と計算結果に大きな差が見られた。これは遡上のアルゴリズムとして巨視的変数による外挿法を用いているために、外力の影響を正確にモデル化できていないことが原因と考えられる。今後は格子ボルツマン法における地形勾配や底面粗度といった外力の影響の正確なモデル化について研究を行っていく。

参考文献

- Christian F. Janßen, Stephan T. Grilli and Manfred krafczyk: Efficient simulations of long wave propagation and runup using a LBM approach on GPGPU hardware, Proceedings of the Twenty-second(2012) International Offshore and Polar Engineering Conference.
- J.B.Frandsen : A simple LBE wave runup model. Prog. Comput. Fluid Dyn. 8, Nos. 1-4,(2008)
- MICAHAL J. BRIGGS, COSTAS E. SYNOLAKIS, GORDON S. HARKINS and DEBRA R. GREEN : Laboratory Experiments of Tsunami Runup on a Circular Island,Pageoph, Vol. 144, Nos. 3/4 (1995)