

個別要素法を用いた落石解析における不確実性の定量化

○東北大学工学部建築・社会環境工学科
東北大学工学研究科
東北大学工学研究科
東北大学災害科学国際研究所
東北大学災害科学国際研究所
新潟大学自然科学系建設学科

学生会員 上原 直秀
学生会員 橘 一光
学生会員 菅野 蓮華
正会員 森口 周二
正会員 寺田 賢二郎
正会員 大竹 雄

1. 緒言

個別要素法を用いた落石解析は、斜面に関する物性値を一定とした均質場で実施されることが多い。しかし、実際の斜面は空間的ばらつきを有しており、その影響に関しては十分に研究されていない。自然現象をシミュレーションで表現する場合、各種の不確実性の存在により、現象を完全に再現することは不可能である。ただし、各種の不確実性を定量化した上で、物理法則に基づいてシミュレーションを行うことで、工学的に有意な結果を得ることが可能となる。本研究では、特に落石解析の斜面に関する空間的ばらつきに注目し、解析パラメータの不確実性が解析結果に与える影響を定量化し、解析を実施する際に注意すべきことについて整理する。

2. 3次元個別要素法の概要

本研究では、3次元個別要素法（DEM: Discrete Element Method）¹⁾によって落石の挙動を表現する。なお、落石は球要素の集合体、斜面については三角形要素（ポリゴン）の集合体として表現する。使用したDEMは接触力モデルが図-1で表わされる一般的なものである。法線方向の接触力を表現するバネとダッシュポット、および接線方向の接触力を表現するバネとダッシュポットがあり、接線方向には摩擦力を制御するためのスライダーも存在する。接触力モデルに関するパラメータとしては、法線方向と接線方向のバネ定数、ダッシュポットの係数、摩擦係数があるが、法線方向と接線方向で共通の値であると仮定し、さらに振動方程式の解から得られる関係を使ってダッシュポットの係数を反発係数から求めるものとする。これにより、入力パラメータは、バネ定数、反発係数、摩擦係数の3種類となる。

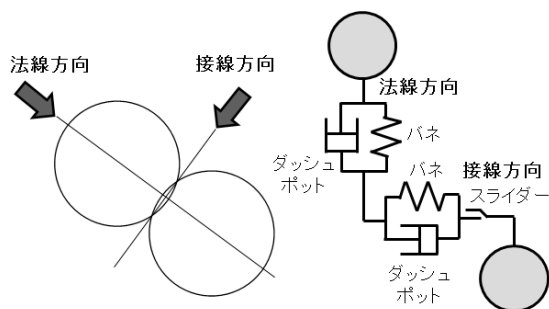


図-1 DEMの粒子間力モデル

3. 斜面の不確実性の表現

本研究では、斜面の物性を変化させ、その際の解析結果の変化を調べる。物性を変化させる方針として、①均質場でその値を変化させる場合、および、②正規分布に従う確率場で自己相関距離を変化させる場合の2種類の方針とした。つまり、①は斜面の平均値が変化することを想定しており、②は空間的ばらつきを持つ場の中で自己相関距離が変化することを想定している。自己相関距離とは、分布の偏りを表現する指標である。なお、②の場合には、確率場の生成が必要となるが、本研究で用いる確率場は、次式のような指数型の分散関数²⁾ $\rho(\Delta x)$ に従うと仮定する。

$$\rho(\Delta x) = \exp\left[-\frac{\Delta x}{\theta}\right] \quad (1)$$

このとき、 Δx は2点間の距離を表し、 θ は自己相関距離である。上記の分散関数で定義される確率場に基づいて斜面の物性に対して空間的ばらつきを与える。例として、反発係数に関する斜面上の空間分布に関して、自己相関距離 $\theta = 0.01m$ の場合と $\theta = 0.10m$ の場合をそれぞれ図-2と図-3に示す。

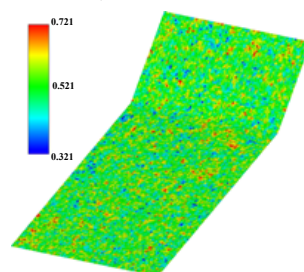


図-2 $\theta = 0.01m$ の解析斜面

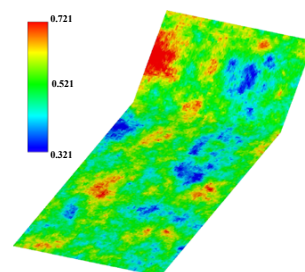


図-3 $\theta = 0.10m$ の解析斜面

4. 解析条件

本研究では、図-4および図-5に示す単純形状斜面と落石モデル（ $2cm \times 2cm$ の立方体）を想定し、初期姿勢を変化させながら斜面上から落下させ、最終到達位置を求めた。この解析条件は、鷹巣³⁾が実施した模型実験の条件を再現したものである。解析パラメータについては、特に落石挙動に強い影響を持つと思われる反発係数と摩擦角を変化させて、そのときの解析結果の変化を調べた。反発係数と摩擦角については、鷹巣³⁾の模型実験の中で計測されている値（摩擦角 23.989° 、反発係数 0.521 ）を基準として、摩擦角は $\pm 10.0^\circ$ 、反発係数は ± 0.2 の範囲でばらつきを与え

た．また，解析結果として得られる到達位置の散布図から確率密度分布を構築し，これを用いて解析結果の違いを定量化している．この定量化には混合ガウスモデル（GMM: Gaussian Mixture Model）⁴⁾⁵⁾ と呼ばれるクラスタリングなどに利用される手法を用いた．なお，GMM の計算には EM（Expectation and Maximization）アルゴリズム⁶⁾ を用いている．基準値による解析ケースの確率密度分布を基準分布として，その他の解析ケースから得られる確率密度分布とのズレを積分することで誤差を表現する．

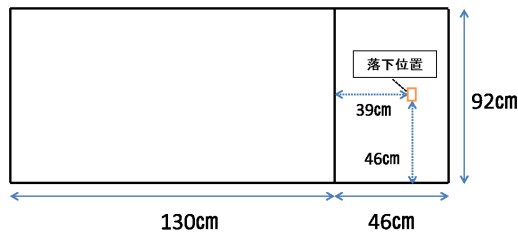


図-4 解析斜面の上面図



図-5 解析斜面の側面図

5. 解析結果とその分析

図-6 と図-7 は，それぞれ摩擦角と反発係数に関するものであり，均質場で物性値を変化させた場合の物性値とその条件における誤差を示している．これらの結果より，反発係数はプラス側とマイナス側で概ね同じような傾向を示すのに対して，摩擦角はマイナス側に振れた場合に誤差が発生しやすいことがわかる．これは，摩擦角はある程度高い値の条件では転がりの運動モードが卓越するのに対して，摩擦角が低い条件では，滑動の運動モードが卓越するため，その運動モードの違いが誤差の発生傾向に影響しているものと考えられる．つまり，摩擦角を実際よりも低めに設定することが大きな計算誤差につながる可能性を示唆している．次に，確率場で自己相関距離を変化させた場合の結果を図-8 に示す．平均値を先述の均質場の基準値として，摩擦角の標準偏差を 5/3 と 10/3，反発係数の標準偏差を 0.1/3 と 0.2/3 のそれぞれ 2 種類設定し，自己相関距離を 0.01m, 0.05m, 0.10m の 3 種類に変化させた場合の誤差を定量化した．この結果より，与えた標準偏差の大きさに関らず，均質場の結果と比べて誤差は小さく，自己相関距離によっても大きな違いがないことが確認できる．これらの結果を総合的に考えれば，DEM で落石解析を行う場合，斜面の物性値の空間的ばらつきはそれほど大きな意味を持たず，平均値の精度の方が解析結果に与える影響が大きいということが理解できる．

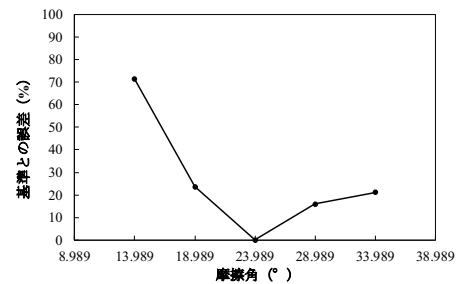


図-6 摩擦角にばらつきを与えた解析

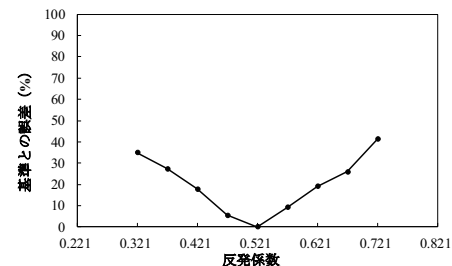


図-7 反発係数にばらつきを与えた解析

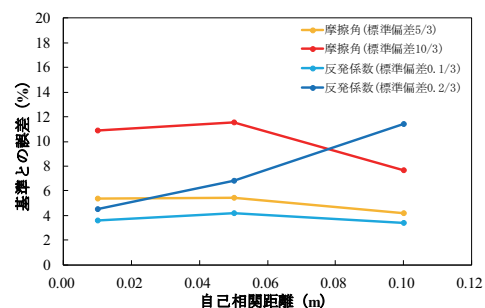


図-8 斜面に確率場を与えた解析

6. 結言

本研究では，個別要素法を用いた落石解析における斜面の不確実性に着目し，それが解析結果に与える影響を分析した．具体的には，過去に実施された模型実験の条件を想定し，その再現解析の中で解析パラメータのばらつきと空間分布特性が解析結果に与える影響について調べた．その結果，斜面物性の空間的ばらつきの度合いや偏りはそれほど解析結果に大きな影響を与えず，平均値を精度よく計測することの方が重要であることが示された．今後は，より複雑な地形に対しても本手法を適用し，DEM の工学的問題への応用等に発展させることを予定している．

参考文献

- 1) Cundall, P. A. : A Computer model for simulating progressive, Large Scale movement in blocky rock system, Proceedings of ISRM Symposium, pp.11-18, 1971.
- 2) Vanmarcke, E.H.: Probabilistic modelling of soil profiles, J. of Geotechnical Engineering (ASCE), Vol.103, No. GT11, pp.1227-1246, 1977.
- 3) 鷹巣将己：模型実験に基づく個別要素法のモデルエラーの評価，岐阜大学卒業論文，2013
- 4) McLachlan, G. J., K.E. Basford : Mixture Models: Inference and Applications to Clustering, Marcel Dekker, 1988.
- 5) McLachlan, G. J., D. Peel : Finite Mixture Models, Wiley, 2000.
- 6) 樺島祥介，上田修功：”計算統計 I” 第 III 部平均場近似・EM 法・変分ベイズ法，pp.157-162，岩波書店，2003.