空間分布を考慮した落石の確率論的リスク評価

○東北大学工学部建築・社会環境工学科　学生会員　菅野 蓮華
東北大学災害科学国際研究所　正会員　森口 周二
東北大学大学院工学研究科　正会員　高瀬 慎介
東北大学災害科学国際研究所　正会員　寺田 賢二郎

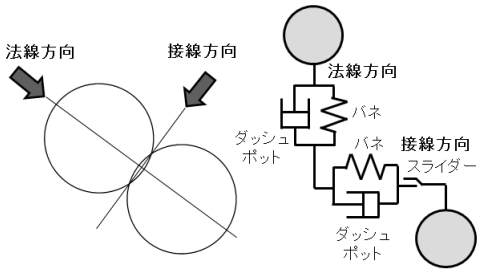
1. はじめに

落石の被害から構造物・人命を守るための対策工の設計には，落石挙動の予測が重要となる．落石運動の予測およびリスク評価に関して様々な手法が提案されているが，落石の経路・エネルギー等の空間的な分布や不確実性を考慮したリスク評価を実現すれば，より効率的な落石対策が可能になると考えられる．

本研究は，3 次元個別要素法を用いた落石シミュレーションと統計学的手法とを組み合わせ，落石が運動エネルギーの許容値を超えて通過する危険性（超過確率）の空間分布を出力できる評価手法を提案する．また，検証のため，仮想斜面上の落石現象に本手法を適用し，その有用性を確認した．

2. 数値シミュレーションのための 3 次元個別要素法の概要

本研究では，3 次元個別要素法（DEM; Discrete Element Method）[1] によって落石および斜面形状を再現し，落石の経路や運動エネルギーを評価する．使用した DEM は接触力モデルが**図–1** で表わされる一般的なものであり，法線方向の接触力を表現するバネとダッシュポット，および接線方向の接触力を表現するバネとダッシュポットがあり，接線方向には摩擦力を制御するためのスライダーも存在する．要素同士が接触している間はこのモデルによって接触力が評価され，運動方程式に反映される．計算ステップ毎にこの方程式を解いて物理量を更新することで，要素の運動の変化が表現される．複雑な落石形状についても，球要素を連結させることで表現可能となる．このように，DEM を用いた数値シミュレーションにより，落石の通過経路および運動エネルギーの変化を 3 次元的に得ることができる．



図–1 DEM の粒子間力モデル

3. 確率論的リスク評価手法の枠組み

本研究では斜面表面に貼り付くような 2 次元メッシュを想定し，①落石の通過数と②運動エネルギーが設定値を超える落石の通過数を評価する．①に対する②の比を超過確率と定義し，超過確率の空間分布を評価することでリスク評価を行う．

空間を通過する落石数を連続確率分布によって表現するため，はじめに DEM シミュレーションで得られた観測データを用いて統計モデルを作成する．落石の通過経路の分布は，混合ガウスモデル（GMM; Gaussian Mixture Model）[2)3)] と呼ばれる密度関数で表現する．GMM は複数個の正規分布を重ね合わせたものであり，複雑な分布が表現できる．

$$p(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \varphi(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i), \quad \alpha_i > 0, \sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1 \qquad (1)$$

ここで，$\varphi(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\mu}_i,\boldsymbol{\Sigma}_i)$ は平均ベクトル $\boldsymbol{\mu}$，共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ の正規分布を示している．また，m は重ね合わせるガウス分布の個数，α は混合比である．$\boldsymbol{\theta}$ は未知パラメータの集合を表わしている．

$$\boldsymbol{\theta} = (\alpha_1,\boldsymbol{\mu}_1,\boldsymbol{\Sigma}_1,\alpha_2,\boldsymbol{\mu}_2,\boldsymbol{\Sigma}_2,...,\alpha_m,\boldsymbol{\mu}_m,\boldsymbol{\Sigma}_m) \qquad (2)$$

観測データに基づいた GMM の未知パラメータを推定する手法として，EM（Expectation and Maximization）アルゴリズム [4] を用いる．

いま，$p(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\theta})$ の推定に用いたデータ数を N とすると，メッシュを通過する落石の個数は $p(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\theta})$，$N$，メッシュ面積 S の積である．したがって超過確率を求める式は

$$P(S) = \frac{N^E \int_S p(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\theta}^E)dS}{N \int_S p(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\theta})dS} \qquad (3)$$

となる．ここで，添字の E は設定エネルギー以上の落石に関する数字であることを意味する．積分値は，メッシュの中央値座標を用いて近似的に求める．なお上式が分数系であるため，発散しないように以下の条件を定める．

$$P(S) = 0 \qquad (\text{if } p(\boldsymbol{x}_{cij};\boldsymbol{\theta}^E) < \epsilon) \qquad (4)$$

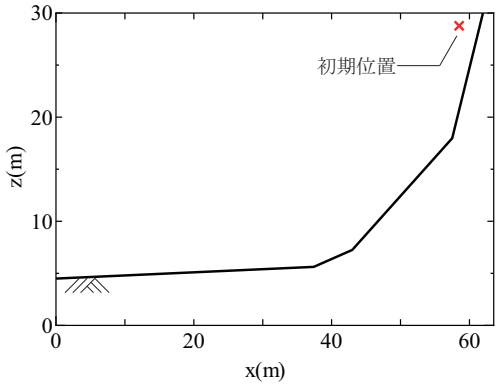
ここで，ϵ は計算を打ち切るための基準となる微小確率である．つまり，落石の通過する確率が極めて低い区間では，超過確率を 0 とみなし分数計算を行わない．

キーワード：落石，個別要素法，確率分布モデル

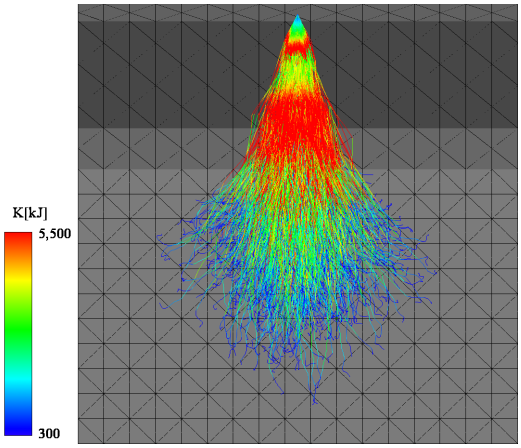
〒 980-0845　仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, TEL 022-752-2132, FAX 022-752-2133

4. 解析モデルへの適用例

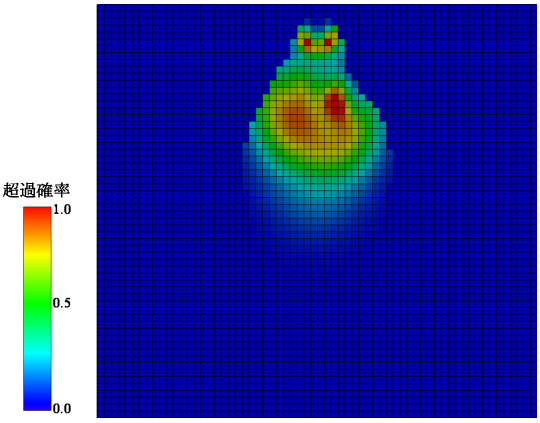
DEM 上で，落石を双四角錐の形状をもった剛体で表現し，**図–2** のような仮想斜面上を落下させる．斜面は y 方向に関して一様であり，×印は剛体の初期の重心位置を示す．また，シミュレーションのために設定したパラメータ値を**表–1** に示す．**図–3** は，落石の初期姿勢を変化させて 1,000 回のシミュレーションを行い，落石の経路と運動エネルギー K を可視化したものである．



図– 2 仮想斜面の縦断図



図– 3 落石シミュレーションの結果



図– 4 超過確率の分布

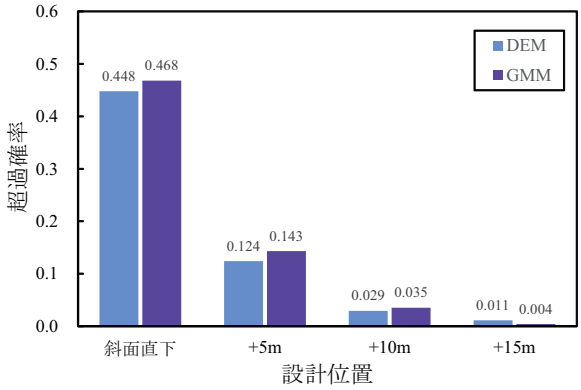
表– 1 解析パラメータ

体積 m^3	質量 kg	粒子半径 m	反発係数 —	摩擦角 deg	ばね定数 N/m	時間刻み sec
38	110	0.60	0.30	30	1.0×10^8	1.0×10^{-6}

上の解析モデルに落石防護土堤を設計することを想定して，5500kJ を運動エネルギーの許容値として設定し，落石の超過確率を評価する．そのため，**図–3** のシミュレーション結果に前章で述べた手法を適用し，落石の超過確率の 2 次元空間分布を算出する．算出された超過確率の空間分布を**図–4** に示す．ここで，解析領域を区画する 2 次元メッシュのサイズは 1 辺 1m とした．

手法の検証のため，斜面直下より +0m, +5m, +10m, +15m の各地点で落石防護土堤の設計を検討し，実際のシミュレーションで得られた落石の超過確率と GMM を用いた推定値を比較する．ある地点を通過する落石数を GMM から求める場合，その前方 1 メッシュ分を解析領域の幅だけ積分すればよい．得られた評価結果を**図–5** にまとめる．

図–5 より，本手法が通過落石数の空間分布を高精度で表現できることを確認した．また，本検証の設定条件では，斜面直下から 10m 以上離して防護土堤を設置すれば，超過確率が 3%程度となることが分かる．



図– 5 各設計位置における落石の超過確率

5. 終わりに

本研究では，空間分布を考慮した落石の確率論的リスク評価手法を構築した．また，簡単な斜面上のシミュレーションに本手法を適用することで，落石対策工の設計のための有効な情報が得られることを確認した．今後は，より複雑な地形に対しても本手法を適用し，また落石対策工の最適配置問題への応用等に発展させることを予定している．

参考文献

1) Cundall, P. A. : A Computer model for simulating progressive, Large Scale movement in blocky rock system, Proceedings of ISRM Symposium, pp.11-18, 1971.
2) McLachlan, G. J., K.E. Basford : Mixture Models: Inference and Applications to Clustering, Marcel Dekker, 1988.
3) McLachlan, G. J., D. Peel : Finite Mixture Models, Wiley, 2000.
4) 樺島祥介，上田修功 :”計算統計 I ”第 III 部平均場近似・EM 法・変分ベイズ法，pp.157-162，岩波書店，2003.