

# 砂質土の直方体供試体の3次元変形における分岐・局所化挙動

東北大学 非会員 ○浅野勝思  
 東北大学 フェロー会員 池田清宏  
 東北大学 正会員 山川優樹

## 1. はじめに

地盤材料供試体の変形・破壊挙動は様々な局所変形モードを示し、その変化に伴い供試体の見かけの強度や変形応答も変動する。また、その際にみられるひずみ局所化やせん断帯形成には分岐現象が深く関与していることがこれまでの研究によって明らかになっている。

本研究では、Desrues et al.<sup>1)</sup> が真三軸試験装置を用いて行った密な乾燥砂の直方体供試体の平面ひずみ圧縮試験および軸対称圧縮試験を参照して、この試験を模した3次元弾塑性分岐解析を行い、実験で観察されたせん断帯の形成が一様変形場からの分岐現象に起因することを示すと同時に、解析に用いる弾塑性構成モデルの違いが分岐の発生に及ぼす影響を調べることを目的とする。

## 2. 参照実験

本研究では Desrues et al.<sup>1)</sup> の実験を参照した。直方体供試体の周面6面は潤滑層を設置した剛な拘束板で取り囲んで平面を保持するよう拘束され、変位または拘束圧の境界条件を課している。

平面ひずみ圧縮試験では、奥行き方向変位を完全に拘束し ( $\varepsilon_2 = 0$ )、一定の側方拘束圧 ( $\sigma_3 = \text{const}$ ) のもとで  $x_1$  方向の圧縮変形を与えている。供試体の初期寸法は  $H_0 \times D_0 \times W_0 = 0.1\text{m} \times 0.1\text{m} \times 0.1\text{m}$  および  $0.07\text{m} \times 0.1\text{m} \times 0.13\text{m}$  である。平面ひずみ圧縮試験で得られた応力-ひずみ挙動を後掲の 図-3 に示す。

軸対称圧縮試験では、 $x_2$  方向と  $x_3$  方向の拘束圧を同一・一定 ( $\sigma_2 = \sigma_3 = \text{const}$ ) とする条件で  $x_1$  方向の圧縮変形を与えている。供試体の初期寸法は  $H_0 \times D_0 \times W_0 = 0.1\text{m} \times 0.1\text{m} \times 0.1\text{m}$  である。

両試験の最終段階で観察されたせん断帯の模式図をそれぞれ 図-1(a), (b) に示す。

## 3. 構成モデルと分岐解析手法

構成モデルとして、Lode角依存型下負荷面 Cam-clayモデルを用い、等方性モデルと回転硬化による異方性モデルの2種類を用いた。

分岐解析手法については、初期不整を導入して分岐挙動を疑似的に評価する疑似分岐解析ではなく、一様変形状態からの完全系の分岐解析を行う。解析に用いた弾塑性モデルは非関連流動則を用いたものであるため、接線剛性行列は非対称となる。そのため、分岐モードの計算には  $LDU$  分解<sup>2)</sup> された接線剛性行列から分岐モードの固有ベクトルを近似的に抽出する方法を用いた。分岐経路への切り替えに右固有ベクトルを用い、分岐点と荷重極大点の判別に左固有ベクトルを用いる<sup>2)</sup>。

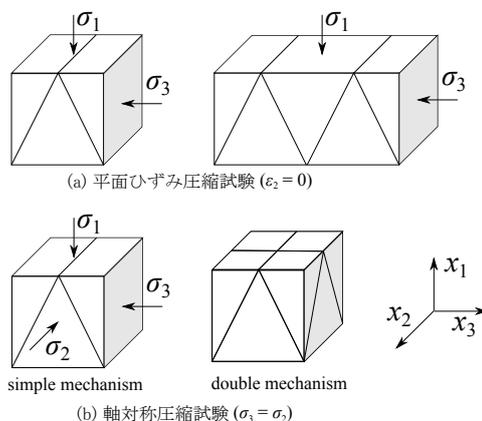
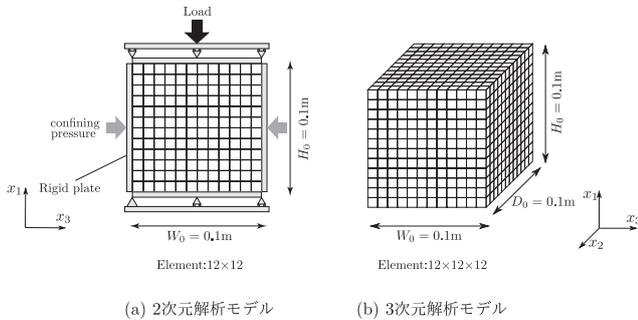


図-1 参照実験<sup>1)</sup>において確認されたせん断帯の模式図

## 4. 平面ひずみ圧縮試験の2次元分岐解析

図-1(a)に示した平面ひずみ試験を模した2次元分岐解析を行う。有限要素解析モデルを 図-2(a) に示す。供試体形状は実験と同様に形状比1.00とした。初期等方拘束圧  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 300\text{kPa}$  を作用させ、その後一定の側方拘束圧  $\sigma_3 = 300\text{kPa}$  で、平面ひずみ条件 ( $\varepsilon_2 = 0$ ) で上端に一樣な  $x_1$  方向の圧縮変位を与えた。参照実験の平面ひずみ圧縮試験で得られた応力-ひずみ挙動を再現するように材料定数を表-1のように定めた。異方性モデルでは、回転硬化限界定数  $M_r$  と回転硬化発展係数  $b_r$  以外は等方性モデルと同じ値とし、 $(M_r, b_r) = (0, 0), (0.1, 10), (0.1, 25), (0.1, 40)$  の4通りを用いて解析を行った。

図-3に分岐解析で得られた等方性モデルの基本経路、分岐点、分岐経路を示す。異方性モデルの図は省略する。等方性モデルでは基本経路上に荷重極大点と4つの分岐点が検出された。異方性モデルの  $(M_r, b_r) = (0.1, 40)$  のケースでは基本経路上に荷重極大点と6つの分岐点が検出された。図-4に各モデルでの分岐モード(左)と分岐直後の偏差ひずみ分布(右)を示す。ここでは等方性モデルと異方性モデルの  $(M_r, b_r) = (0.1, 40)$  のケースの結果を示す。分岐モードは、文献<sup>2)</sup>の方法で求められる右固有ベクトルで、基本経路から分岐経路への切り替えの際に、適切なスケールを施した上でつり合い点の反復収束計算の初期値として用いた。また、分岐モードの呼び方については、水平方向および鉛直方向での偏差ひずみが集中している点の波数によって命名した(視覚的には、コンターの橙または紫の領域の数を数えた)。図-4(c)は一様変形モードで、荷重極大点を検出したものである。等方性モデルに比べ、異方性モデルの方がより多くの分岐点を検出することができ、等方性モデルではみられない分岐モードが確認された。



(a) 2次元解析モデル (b) 3次元解析モデル

図-2 有限要素解析モデル

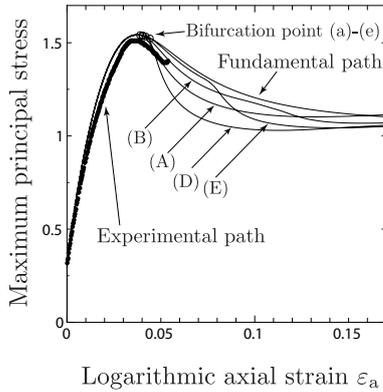


図-3 実験および分岐解析での応力-ひずみ挙動

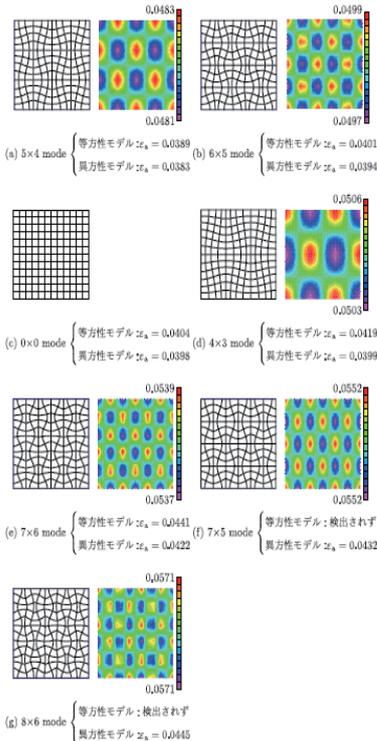


図-4 平面ひずみ圧縮試験の2次元解析で得られた分岐モード

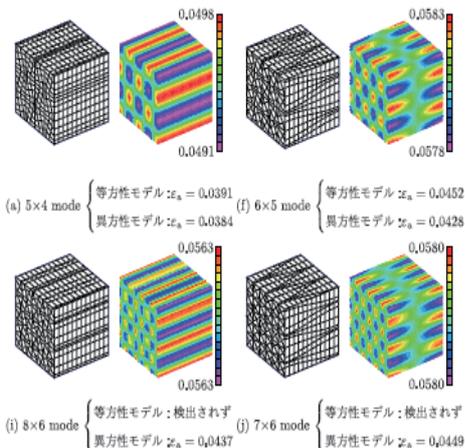


図-5 平面ひずみ圧縮試験の3次元解析で得られた分岐モード

表-1 材料定数

せん断弾性係数の定数部分	$\mu_0^e$	21 MPa
せん断弾性係数の圧力依存性係数	$\alpha$	15.0
弾性圧縮指数	$\tilde{\kappa}^*$	0.00208
弾塑性圧縮指数	$\tilde{\lambda}^*$	0.022
限界応力比 (軸対称圧縮応力状態)	$M_{TC}$	1.30
降伏関数の Lode 角依存性係数	$\rho_f$	0.60
塑性ポテンシャル関数の Lode 角依存性係数	$\rho_g$	0.78
下負荷面の発展係数	$u$	2.2
初期状態での圧密降伏応力	$p_{c0}$	-9,000 kPa
回転硬化限界定数 (異方性モデルのみ)	$M_r$	(本文記載)
回転硬化発展係数 (異方性モデルのみ)	$b_r$	(本文記載)

## 5. 平面ひずみ圧縮試験の3次元分岐解析

平面ひずみ圧縮試験について、奥行き寸法も考慮した3次元分岐解析を行う。構成モデル、各材料定数は第4章と同じである。有限要素解析モデルを図-2右に示す。供試体形状は実験と同様に形状比  $H_0/W_0 = 1.00$  とした。要素数は  $12 \times 12 \times 12$  である。

図-5に各モデルでの分岐モード(左)と分岐直後の偏差ひずみ分布(右)を示す。ここでは等方性モデルと異方性モデルの  $(M_r, b_r) = (0.1, 40)$  のケースの結果の一例を示す。等方性モデル、異方性モデルともに複数の分岐点を確認された。2次元解析で確認されたのと同じ分岐モードを3次元解析の  $x_1$ - $x_3$  面上でも確認できた。図-5(f), (j)などでは奥行き方向の不均一変形ももたらす分岐モードが確認され、これは2次元解析ではみられないものである。等方性モデルに比べ異方性モデルではより多くの分岐点を検出することができた。また異方性モデルにおいて、回転硬化発展係数  $b_r$  の値を大きくするにつれ検出された分岐点の個数が増え、異方性が分岐発生に及ぼす影響について確認することが出来た。

## 6. 軸対称圧縮試験

図-1(b)に示した軸対称圧縮試験を模した3次元分岐解析を行う。構成モデル、各材料定数は第4章と同じである。供試体の正面・背面と側面において拘束圧が常に同一・一定となるように設定した ( $\sigma_2 = \sigma_3 = 300$  kPa)。

等方性モデル、異方性モデルともに荷重極大点は検出されたが、分岐点を検出することはできなかった。

## 7. まとめ

異方性の導入により等方性モデルでは見られなかった新たな分岐点と分岐モードを確認することができた。また、異方性の発展程度の差が分岐点に及ぼす影響についても確認することができた。しかし、軸対称圧縮試験において分岐解を得ることができなかった。

## 参考文献

- Desures, J., Lanier J. and Stutz, P.: Localization of the deformation in tests on sand sample, *Eng. Fract. Mech.* **21** (4), 909-921, 1985.
- Fujii, F., Yamakawa, Y., Noguchi, H.: Extracting the left and right critical eigenvectors from the LDU-decomposed non-symmetric Jacobian matrix in stability problems. *Comput. Mech.* **46** (2), 215-228, 2010.