

二次元多都市モデルにおける人口分布パターンの周波数分析

東北大学 非会員 ○小松大地
東北大学 フェロー会員 池田清宏
東北大学 正会員 高山雄貴

1. はじめに

都市の空間分布の規則性に関する理論の研究は、幾何学的考察に基づく中心地理論に始まり、新経済地理学分野の Fujita et al.¹⁾ によって経済学的根拠が与えられてきた。しかし、都市の分布パターンの特徴を捉える定量的な指標が存在しないことから、中心地理論と実際の都市の空間分布との整合性はいまだ検証されていない。

そこで、本研究では都市の空間分布を定量的に評価することのできる、群論的分岐理論を基盤とした周波数分析手法を提案する。これにより都市の空間分布が中心地理論で示されているどのパターンにどの程度一致しているのかを定量的に評価し、分布パターンの特徴を確認することが可能になる。本稿では、この手法の特性並びに有用性を示すために、Ikeda et al.²⁾ で得られた新経済地理学モデルの数値解析結果に対する周波数分析を行う。

2. 中心地理論

都市のパターン形成の規則性やメカニズムに関して、Christaller や Lösch は南ドイツにおける人口分布データをもとに中心地理論を提唱した。この理論によれば、財やサービスの供給を受ける都市はその生産を担う地点を中心として、 k system と呼ばれる都市間距離が \sqrt{k} となるような様々な正六角形状の空間分布 (図-1) を形成する³⁾。このような都市の自己組織化を中心地理論では財やサービスに着目して説明しているが、その導出は幾何学的考察に基づいたものであり、ミクロ経済学的根拠の不足が指摘されている。

Ikeda et al. は、周期境界を有する無限平面上ではミクロ経済学的基礎をもつ新経済地理学モデル (Forslid & Ottaviano⁴⁾) が中心地理論と整合的であることを確認している。一方で、有限平面上におけるシミュレーションと中心地理論との整合性は十分には確認されていない。そこで本研究では、有限平面上における数値解析結果に対して周波数分析を行い、中心地理論との整合性を定量的に評価する。

3. 人口集積モデル

Forslid & Ottaviano モデルによると、経済は完全競争的な農業部門と独占競争的な工業部門に分けられる。技術力のある skilled worker は工業部門に属し、居住都市の選択が可能である。一方 unskilled worker は両部門に属し、都市の選択が不可能である。また生産された財は交通ネットワークを通じて他の都市へと輸送される。

人口移動が起こらない短期間で、財の生産と消費量および賃金と財価格が均衡し、skilled worker の間接効用が各都市における人口の関数として表現できる。また skilled worker の都市選択における選考異質性を仮定することにより、長期的に行われる skilled worker の効用最大化に伴う移住行動を、logit ダイナミクスを用いて表現する。

このような Forslid & Ottaviano モデルを用いて、Ikeda et al. は正三角形メッシュにより構成された有限境界を有する正六角形領域 (図-2) 等に対して分岐解析を行った。今回、この数値解析結果のうち右上部分 (図-2 赤線内側) に対して周波数分析を行った結果を示す。

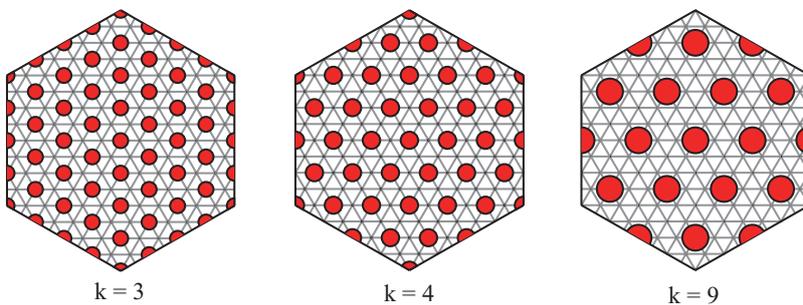


図-1 中心地理論における都市の空間分布の例

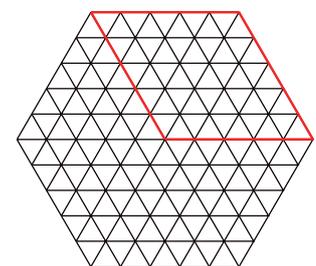


図-2 解析領域と分析範囲

4. 周波数分析

(1) 座標変換行列

先述した数理モデルから導出される調整ダイナミクスのヤコビ行列 J の固有ベクトルを求めることによって座標変換行列は得られる。分析領域が 6×6 メッシュで分割された場合では、固有ベクトル \mathbf{q} により構成される行列 Q を

次のように定義できる。

$$Q = (Q^{(1)}, Q^{(3)}, Q^{(4)}, Q^{(9)}, Q^{(12)}, Q^{(36(I))}, Q^{(36(II))}), \quad Q^{(k)} = (\mathbf{q}_1^{(k)}, \mathbf{q}_2^{(k)}, \dots), \quad k = 1, 3, 4, 9, 12, 36(I), 36(II)$$

具体例に $k = 3$ の場合について考えると $Q^{(k)}$ は次式となり、図-3 に示すような分布を表現する。ここで、図-3 の $\mathbf{q}_1^{(3)}$ は、図-1 に示している $k = 3$ system に対応している。なお、図中の赤丸は人口の増加を、青丸は人口の減少をそれぞれ表す。

$$Q^{(3)} = [\mathbf{q}_1^{(3)}, \mathbf{q}_2^{(3)}] = [\langle \cos(2\pi(n_1 - 2n_2)/3) \rangle, \langle \sin(2\pi(n_1 - 2n_2)/3) \rangle], \quad n_1, n_2 = 0, 1, \dots, 5$$

(2) 数値解析解の分析

(1) 節で示した固有ベクトル $\mathbf{q}_i^{(k)}$ と解析により得た人口ベクトルとの内積 $p_i^{(k)}$ により、解析解の人口分布がどのような固有ベクトルとどの程度近いのかを定量評価する。ここで、 $\mathbf{q}_1^{(k)}, \mathbf{q}_2^{(k)}, \dots$ は、同じ都市間距離が \sqrt{k} となる人口分布 (k system) を表現している。よって、 k system と解析解との整合性は、 $p_1^{(k)} \mathbf{q}_1^{(k)} + p_2^{(k)} \mathbf{q}_2^{(k)} + \dots$ のノルムにより評価する。分析対象としては、有限平面における安定解のうち最も代表的なものである、図-4 に示している 4 通りのパターンを抽出した。

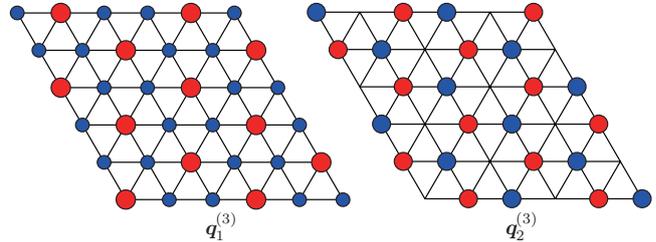


図-3 $k = 3$ の分布パターン

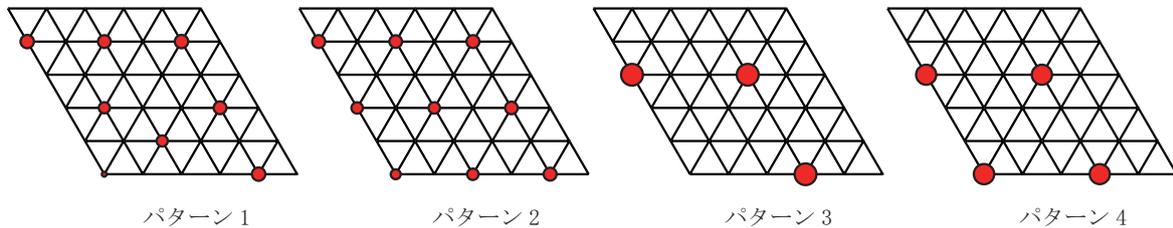


図-4 分析対象

パターン1では境界付近での人口集積が顕著にみられる。そのため図-5に見られるような $k = 4$ に関するノルムが卓越している。また中心部における集積パターンを反映し、 $k = 3$ に関するノルムも大きな値をとっている。パターン2ではパターン1と同様に境界付近での人口集積を受けて $k = 4$ に関するノルムが卓越しており、さらに中心部における集積パターンの違いを受け、パターン1よりも $k = 4$ に関するノルムは大きな値をとっている。パターン3では、より中心地間距離の長い $k = 9$ に関するノルムが突出している。また $k = 3$ に関するノルムも大きな値をとっているが、これは $k = 9$ system と $k = 3$ system では商業域の重複部分があるためと考えられる。パターン4では $k = 9$ に関するノルムが突出しており、その程度はパターン3よりも大きく、発現パターンの優位性がノルムに表れていることがわかる。

5. おわりに

座標変換行列を導入した周波数分析により、都市の分布パターンの定量評価を行った。これにより、Forslid & Ottaviano モデルを用いたシミュレーションにおいてどのような空間分布がどの程度の割合を占めるのかを定量的な指標をもって提示することが可能になり、中心地理論との整合性が有限境界平面上においても確認できた。今後は分析対象を更に拡張し、実空間における周波数分析の適用を目指す。

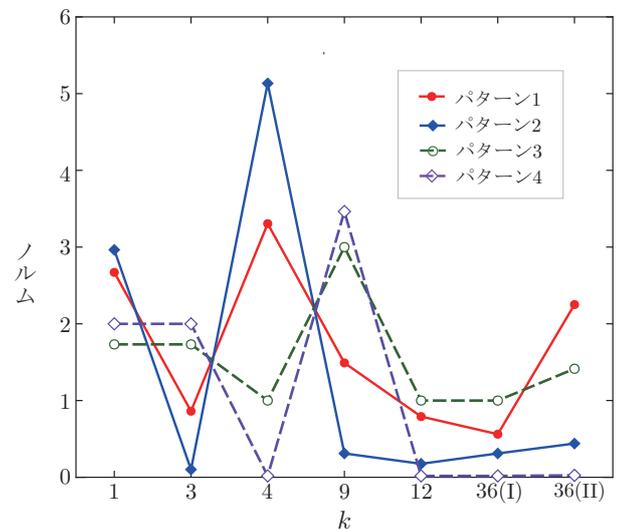


図-5 k とノルムの関係

参考文献

- 1) Fujita, M., Krugman, P. and Venables, A. J. : *The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade*, MIT Press, 1999.
- 2) Ikeda, K., Murota, K., and Takayama, Y. : Stable Economic Agglomeration Patterns in Two Dimensions : Beyond the Scope of Central Place Theory, *Mathematical Engineering Technical Reports*, METER 2014-24.
- 3) P. Dicken, P.E.Lloyd, : *Location in Space. Theoretical Perspectives in Economic Geography*, Prentice Hall, 1991.
- 4) R. Forslid, and G.I.P. Ottaviano : An analytically solvable core-pheriphery model, *J. Econ. Geog.*, 3, pp.229-340, 2003.
- 5) K. Ikeda, K. Murota : Bifurcation Theory for Hexagonal Agglomeration in Economic Geography, *Springer*, 2013.