

地動による無限遠方からのエネルギー入射を考慮した マス-バネ系モデルの伝達境界

東北学院大学 工学部 学生会員 ○ 佐藤 亮太
東北学院大学 工学部 正会員 李 相勲

1. はじめに

新幹線の高架橋のような非常に長く連続する構造物に対して地震応答解析をする際には、解析対象を切り取りその両端を自由境界として取り扱うのが一般的である。このような構造物について動的解析を行う際、その地盤の上に構築される離散系構造物にはエネルギーを吸収する何らかの境界条件を設定しない限り真の応答を得ることができない。

本研究では、無限遠方からの地動によるエネルギーの入射量を求めエネルギー伝達境界に適用し、パラメトリック解析を行いその結果について考察を行う。

2. 無限遠方からのエネルギー入射を考慮したエネルギー伝達境界¹⁾

伝達境界を考慮したマス-バネ系モデル(図-1)の解析領域 Ω において地動加速度 a_0 が作用した場合、その運動方程式は次のように書ける。

$$([K]_{\Omega} + -\omega^2[M]_{\Omega} + [R]_R + [L]_L)\{U\}_{\Omega} = -[M]\{a_0\}_{\Omega}([R]_R - [L]_L)\{U\}_R^L + ([L]_L - [R]_L)\{U\}_L^R \quad (1)$$

この式の左辺の $([R]_R + [L]_L)\{U\}_{\Omega}$ は右と左の境界でエネルギー逸散を表している。また、右辺の $([R]_R - [L]_L)\{U\}_R^L$ は右領域からの、 $([L]_L - [R]_L)\{U\}_L^R$ は左領域からのエネルギーの入射を表している。すなわち、 $\{U\}_R^L$ と $\{U\}_L^R$ はそれぞれ右側と左側の境界において、解析領域 Ω へ入射する波の複素変位振幅を表す。

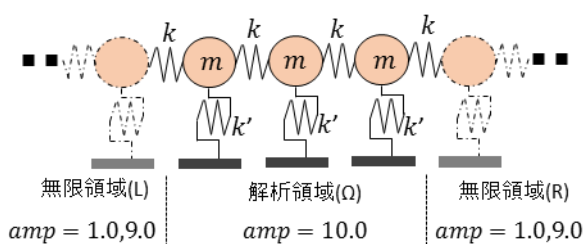


図-1 解析モデル

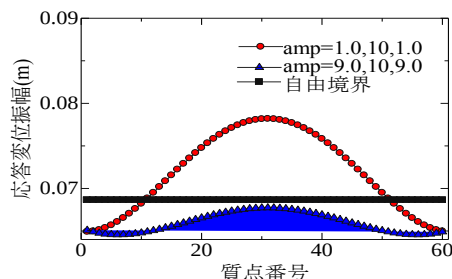


図-2 応答変位振幅

3. 地動を変化させたパラメトリック解析

図-1 に示すような無限に続くマス-バネ系モデルの一般解は次式で表される。

$$x_r = u_r e^{i\omega t} = \eta e^{i\omega t} \quad (2)$$

$$\text{ただし, } \eta = \frac{(-m\omega^2 + 2k + k') \pm \sqrt{\xi}}{2k}$$

$$\xi = (m\omega^2 - k')(m\omega^2 - k' - 4k)$$

ここで、地動による無限遠方からのエネルギー入射量を求めるために、両側に伝達境界を持つ1質点モデルにおいて地動加速度 a_0 が作用する場合を考える。 $\{U\}_R^L$ と $\{U\}_L^R$ の複素変位振幅を u_1 とすると伝播条件によって次式で表される。¹⁾

伝播しない場合($\xi > 0$)

$$u_1 = \frac{1u_0 \cdot \eta}{1 - \eta} \quad (3)$$

$$\text{ただし, } 1u_0 = \frac{-ma_{0R}}{\sqrt{(m\omega^2 - 2k - k')^2 - 4k^2}} + \frac{-ma_{0L}}{\sqrt{(m\omega^2 - 2k - k')^2 - 4k^2}} i$$

伝播する場合($\xi < 0$)

$$u_1 = 1u_0 a \left(-\frac{1}{2} - i \frac{1}{2} \cot \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4)$$

$$\text{ただし, } 1u_0 = \frac{-ma_{0L}}{\sqrt{4k^2 - (m\omega^2 - 2k - k')^2}} + \frac{-ma_{0R}}{4k^2 - (m\omega^2 - 2k - k')^2} i$$

上式(3),(4)で求められるエネルギー入射量を考慮し、図-1 に示すモデルに対し解析領域と無限領域に地動の差を与え、また、 $m = 25\text{ton}$, $k = 2200000.0\text{kN/m}$, $k' = 18858.0\text{kN/m}$, $\omega = 30$ として応答振幅を求める解析を行った。図-2 は解析領域を調和振動(余弦波)の振幅 10.0kN で振動させ両無限領域を振幅 1.0kN もしくは 9.0kN で振動させたときの各質点における応答変位振幅である。伝達境界を考慮した場合の応答振幅が、考慮しない場合の応答振幅より増幅される質点があることが分かる。

キーワード: エネルギー伝達境界, マス-バネ系モデル, 地動, 動的解析, 離散系構造物, 半無限連続体

連絡先: 〒986-8537 多賀城市中央 1-13-1 東北学院大学 環境建設工学科 TEL: 022-368-7213

4. 構造物の物性値を変化させたパラメトリック解析

物性値変化の条件として、図-3 に示す解析モデルの質点番号1~70, 92~161の質量を $m = 30\text{ton}$ とし、質点番号 71~91 の質量を $m = 50\text{ton}$ とした。また、 $k = 40000.0\text{kN/m}$, $k' = 20000.0\text{kN/m}$ とし解析を行った。図-4 は波動の伝播条件であり、 $\xi > 0$ の時が伝播しないことを、 $\xi < 0$ の時が伝播することを意味する。図-5~図-9 に伝播条件①~⑤に対するそれぞれの応答変位振幅を示す。伝播条件①と⑤は $m = 30$ と $m = 50$ の両領域とも伝播しない条件、③はどちらも伝播する条件、②と④はどちらかが伝播する条件を表す。解析対象は 3 パターンで解析領域が 21 質点で両端が自由境界の場合と伝達境界の場合、解析領域が 161 質点で両端が伝達境界の場合である。全ての結果において伝達境界を考慮した 21 質点モデルと 161 質点モデルの応答変位振幅が一致している。また、自由境界のモデルと伝達境界モデルの比較から、伝達境界を考慮したときは非考慮の場合(自由境界)よりも応答振幅が一部の質点で大きく表れる場合があることが分かる。

5. 結論

地動を変化させた解析では解析領域と規則領域の地動の差が大きいほど伝達境界を考慮した場合に応答振幅が増幅されることが分かった。また、解析領域と無限領域の物性値が異なる場合においても、伝達境界を考慮したときその応答振幅が増幅される場合がある。このことから伝達境界を非考慮で行った設計方法が常に安全な設計であるとは限らないと言える。

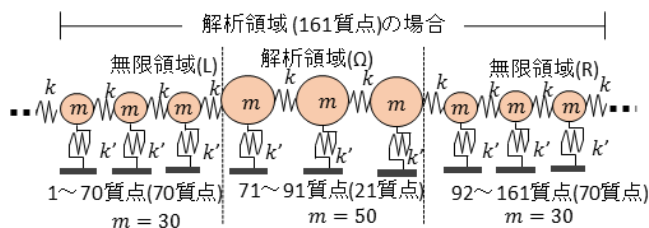


図-3 解析モデル

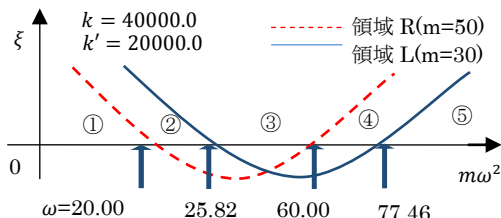


図-4 波動の伝播条件

参考文献

- 1) 李相勲, 田邊忠顕: 無限領域の地動を考慮したマス・バネ系モデルのエネルギー伝達境界, コンクリート工学年次論文集, Vol.25, No.2, pp.1453-1458, 2003

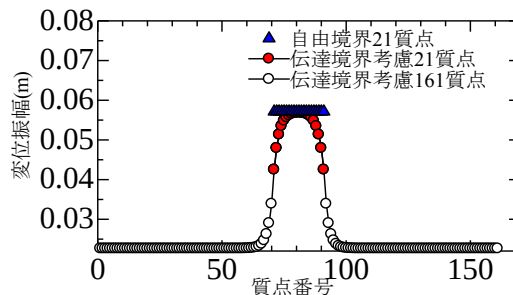


図-5 伝播条件①における応答変位振幅

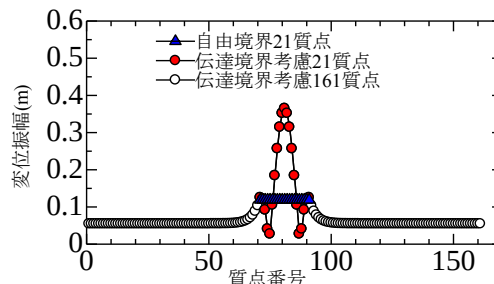


図-6 伝播条件②における応答変位振幅

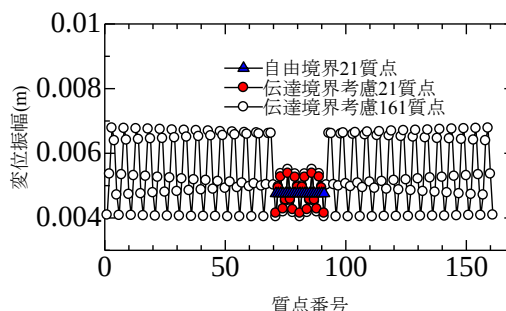


図-7 伝播条件③における応答変位振幅

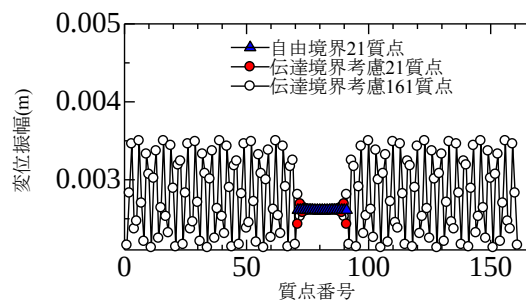


図-8 伝播条件④における応答変位振幅

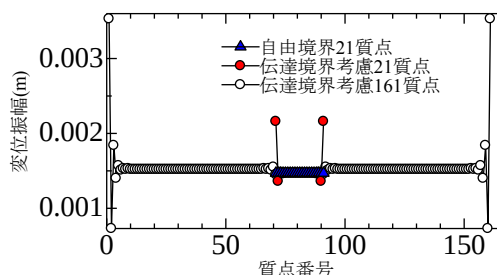


図-9 伝播条件⑤における応答変位振幅