

重錘により衝撃された門形ラーメン橋脚の衝撃応答解析

岩手大学大学院工学研究科 学生員 ○陳 錚

岩手大学工学部 正会員 岩崎 正二 出戸 秀明 大西 弘志

1. まえがき

経済の長期低迷のため、既設橋梁の新規更新は難しく、維持管理しながらいかに長寿命化させるかが課題となっている。そのため既設橋梁の健全度調査が必要であり、それらの動的載荷調査の中に橋脚を対象にした重錘衝撃振動試験がある。本論文では、門形ラーメン橋脚を取り上げ、橋脚に重錘を衝突させた場合の衝撃力を数値積分法を用いて求め、橋脚各部の変位、加速度、断面力などの振動応答波形を計算することにより、橋脚の健全度、減衰特性などが解析結果にどのような影響を与えるか検討する。

2. 解析理論^{1), 2)}

図 - 1 に示すような平面骨組構造物の任意点に重錘が初速度 V_0 で衝突する問題を取り上げる。ノーマル・モード法により衝撃点での変位を誘導する。変断面ティモシェンコ梁要素を重ね合わせて衝撃力 $\{Q(t)\}$ を受ける構造全体の運動方程式を組み立てると次式のようなになる。

$$[M]\{\ddot{w}\} + [C]\{\dot{w}\} + [K]\{w\} = \{Q(t)\} \quad (1)$$

ここで、 $[M]$: 質量マトリクス (n 行 n 列)

$[C]$: 減衰マトリクス (n 行 n 列)

$[K]$: 剛性マトリクス (n 行 n 列)

$\{w\}$: 節点変位ベクトル

またドットは時間に関する微分を表わす。

式(1)の解 $\{w\}$ を固有ベクトルからなるマトリクス $[V]$ と一般化座標 $\{z\}$ で表わすと次式になる。

$$\{w\} = [V]\{z\} \quad (2)$$

式(2)を式(1)に代入し、 $[V]^T$ を左側から乗じると、直交関係より n 個の非連成運動方程式が得られる。

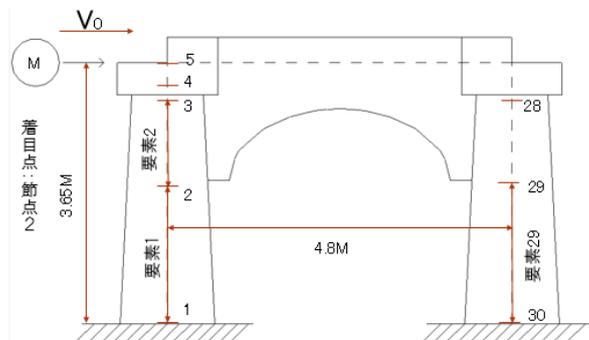


図-1 門形ラーメン橋脚モデル図

$$M_r^* \ddot{z}_r + 2h_r n_r \dot{z}_r + K_r^* z_r = P_r^*(t) \quad (r=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

ここで、 h_r は r 次振動の換算減衰定数を表す。

$M_r^* = \{V_r\}^T [M] \{V_r\}$, $K_r^* = \{V_r\}^T [K] \{V_r\}$, $P_r^* = \{V_r\}^T \{Q(t)\}$, $\{V_r\}$ はマトリクス $[V]$ の r 番目の固有ベクトルを表わす。今、j 点に衝撃力 $P(t)$ が部材に垂直に作用する場合、 $z_r(0) = \dot{z}_r(0) = 0$ の初期条件で式(3)を解くと下式になる。

$$z_r(t) = \frac{1}{M_r^* n_r'} \int_0^t V_{jr} e^{-h_r n_r (t-\tau)} P(\tau) \sin n_r' (t-\tau) d\tau \quad (4)$$

ただし、 $n_r = \sqrt{K_r^*/M_r^*}$ は固有値を表わし、 V_{jr} はマトリクス $[V]$ の j 行 r 列要素の表わしている。従って、式(2)における s 番目の点の変位は次式のようなになる。

$$w_s(t) = \sum_{r=1}^n \frac{V_{sr}}{M_r^* n_r'} \int_0^t V_{jr} e^{-h_r n_r (t-\tau)} P(\tau) \sin n_r' (t-\tau) d\tau \quad (s = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

衝撃点における変位 $w_j(t)$ は、

$$w_j(t) = \sum_{r=1}^n \frac{V_{jr}^2}{M_r^* n_r'} \int_0^t e^{-h_r n_r (t-\tau)} P(\tau) \sin n_r' (t-\tau) d\tau \quad (6)$$

キーワード：健全度 門形ラーメン橋脚 衝撃応答解析 減衰定数

連絡先：岩手大学工学部 社会環境工学科 〒020-8551 岩手県盛岡市上田 4-3-5 TEL./FAX. 019-621-6436

$$n'_r = n_r \sqrt{1 - h_r^2}$$

次に重錘の重心の変位を $u(t)$ とすると、質量の運動方程式は、

$$M\ddot{u}(t) = -P(t) \quad (7)$$

式(7)を $u(0) = 0$, $\dot{u}(0) = V_0$ の初期条件で解くと、

$$u(t) = V_0 t - \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

重錘（弾性球）の衝撃点の部材への食い込み深さを δ とすると、衝撃点における構造物の変位 w_j と、重錘の変位 u との間に次の関係が成り立つ。

$$u = w_j + \delta \quad (9)$$

一方、衝突部の局部変形 δ と衝撃力 $P(t)$ を Hertz の接触理論より、次式のように仮定する。

$$\delta(t) = kP(t)^{2/3} \quad (10)$$

ここで、

$$k = \sqrt[3]{\frac{9\pi(k_1 + k_2)^2}{16R}}, \quad k_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1}, \quad k_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2}$$

ν_1 : 部材のポアソン比, E_1 : 部材のヤング係数

ν_2 : 重錘のポアソン比, E_2 : 重錘のヤング係数

R : 重錘の半径

式(9)に式(6), (8), (10)を代入すると、重錘が平面骨組構造物に衝突した場合に発生する衝撃力を定める非線形積分方程式を得る。

$$kP^{2/3}(t) + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau \quad (11)$$

$$+ \sum_{r=1}^n \frac{V_{jr}^2}{M_r n'_r} \int_0^t e^{-h_r n_r (t-\tau)} P(\tau) \sin n'_r (t-\tau) d\tau = V_0 t$$

重錘が剛平面に衝突する場合は、式(11)の左辺第三項を省略できるので次式となる。

$$kP^{2/3}(t) + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = V_0 t \quad (12)$$

式(11)より衝撃力が求まったなら、その値を式(5)に代入し数値積分することで動的変位 $\{w_s\}$ が求まる。また、その結果から各部材要素の軸力、せん断力、モーメントの動的応答も計算できる。

3. 解析例と考察

解析例として図-1 に示す門形ラーメン橋脚の梁天端部に重錘が水平に衝突する問題を取う。図-1 に示すように門型ラーメン橋脚を変断面梁要素からなる総節点数 30, 総要素数 29 に分割した。各断面の数値は文献 1) と同じ値を使用したの省略する。なお計算にあたっては、以下の数値を使用した。

重錘：衝撃速度 $V_0 = 1.0 \text{ m/s}$, 半径 $R = 0.1 \text{ m}$, ヤング係数 $E_2 = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, ポアソン比 $\nu_2 = 0.3$, 単位体積重量 $\rho_2 \text{ g} = 80.1 \text{ kN/m}^3$

柱材, 水平材に共通な数値は、ヤング係数 $E_1 = 2.365 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, ポアソン比 $\nu_1 = 0.167$, 単位体積重量 $\rho_1 \text{ g} = 24 \text{ kN/m}^3$, $h_r = 0.001$

図-2 は、柱・梁部材のヤング係数の減少による着目点の曲げモーメント応答曲線の最大値の変化を示している。ヤング係数比（計算ヤング係数 E /初期ヤング係数 E_1 ）が減少するに従い、最大曲げモーメント低下率は大きくなる傾向が認められた。詳細については、当日発表予定である。

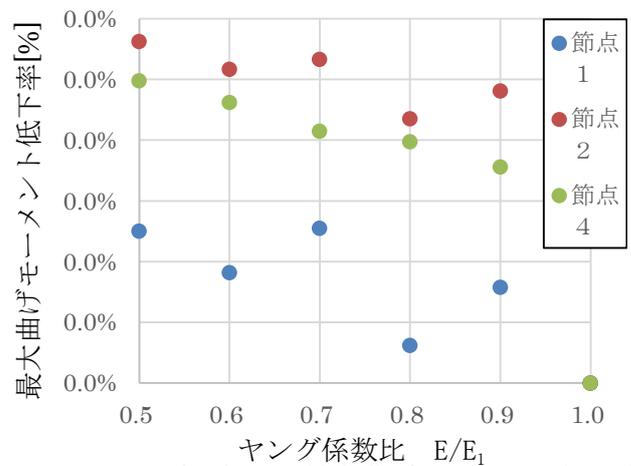


図-2 ヤング係数比と最大曲げモーメント低下率の関係

参考文献

- 1) 岩崎正二, 陳錚, 出戸秀明, 大西弘志, 宮村正樹, 小野寺昂: 重錘により衝撃された門形ラーメン橋脚の動的応答について, 土木学会東北支部技術研究発表会, I-43, 2014. 3
- 2) 岩崎正二, 秋庭司: 衝撃荷重を受ける平面骨組構造物の動的応答解析, 岩手大学工学部研究報告, 第 38 巻, pp75-88, 1985. 1