

重錘により衝撃された門形ラーメン橋脚の動的応答について

岩手大学工学部 学生員 ○陳 錚

岩手大学工学部 正会員 岩崎 正二 出戸 秀明 大西 弘志

(株)福山コンサルタント 正会員 宮村 正樹 岩手大学工学部 小野寺 昂

1. まえがき

経済の長期低迷のため、既設橋梁の新規更新は難しく、維持管理しながらいかに延命化させるかが課題となっている。そのため既設橋梁の健全度調査が必要であり、それらの動的載荷調査の中に主に橋脚を対象にした重錘衝撃振動試験がある。本論文では、下部工橋脚として門形ラーメン橋脚を取り上げ、橋脚に重錘を衝突させた場合の衝撃力を数値積分法を用いて求め、橋脚各部の変位、加速度などの振動応答波形を計算することにより、橋脚の健全度がそれらの解析結果にどのような影響を与えるか検討する。

2. 解析理論¹⁾

図 - 1 に示すような平面骨組構造物の任意点に弾性球が初速度 V_0 で衝突する問題を取り上げる。ノーマル・モード法により衝撃点での変位を誘導する。ティモシェンコ梁要素を重ね合わせて衝撃力 $\{Q(t)\}$ を受ける構造全体の運動方程式を組み立てると次式のようになる。

$$[M]\{\ddot{w}\} + [K]\{w\} = \{Q(t)\} \quad (1)$$

ここで、 $[M]$ ：質量マトリクス（ n 行 n 列）

$[K]$ ：剛性マトリクス（ n 行 n 列）

$\{w\}$ ：節点変位ベクトル

またドットは時間に関する微分を表わす。

式(1)の解 $\{w\}$ を固有ベクトルからなるマトリックス $[V]$ と一般化座標 $\{z\}$ で表わすと次式になる。

$$\{w\} = [V]\{z\} \quad (2)$$

式(2)を式(1)に代入し、 $[V]^T$ を左側から乗じると、直交関係より n 個の非連成運動方程式が得られる。

$$M_r^* \ddot{z}_r + K_r^* z_r = P_r^*(t) \quad (r=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

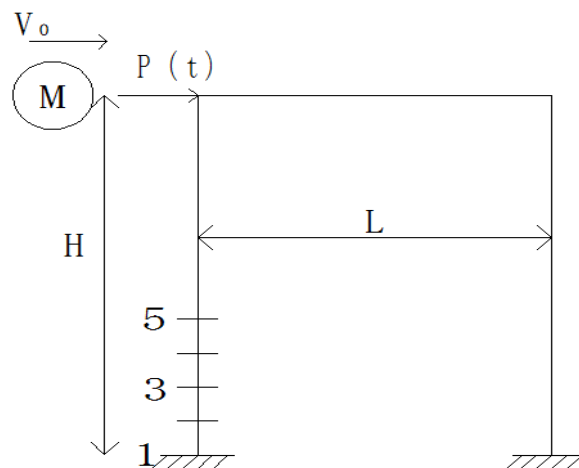


図-1 門形ラーメン橋脚モデル図

ここで、 $M_r^* = \{V_r\}^T [M] \{V_r\}$ 、 $K_r^* = \{V_r\}^T [K] \{V_r\}$ 、

$P_r^* = \{V_r\}^T \{Q(t)\}$ 、 $\{V_r\}$ はマトリックス $[V]$ の r 番目の固有ベクトルを表わす。今、 j 点に衝撃力 $P(t)$ が部材に垂直に作用する場合、 $z_r(0) = \dot{z}_r(0) = 0$ の初期条件で式(3)を解くと下式になる。

$$z_r(t) = \frac{1}{M_r^* n_r} \int_0^t V_{jr} P(\tau) \sin n_r(t - \tau) d\tau \quad (4)$$

ただし、 $n_r = \sqrt{K_r^*/M_r^*}$ は固有値を表わし、 V_{jr} はマトリックス $[V]$ の j 行 r 列要素の表わしている。従って、式(2)における S 番目の点の変位は次式のようになる。

$$w_s(t) = \sum_{r=1}^n \frac{V_{sr}}{M_r^* n_r} \int_0^t V_{jr} P(\tau) \sin n_r(t - \tau) d\tau \quad (s = 1, 2, \dots, n) \quad (5)$$

衝撃点における変位 $w_j(t)$ は、

$$w_j(t) = \sum_{r=1}^n \frac{V_{jr}^2}{M_r^* n_r} \int_0^t P(\tau) \sin n_r(t - \tau) d\tau \quad (6)$$

次に弾性球の重心の変位を $u(t)$ とすると、

キーワード：健全度 門形ラーメン橋脚 衝撃応答解析

連絡先：岩手大学工学部 社会環境工学科 〒020-8551 岩手県盛岡市上田 4-3-5 TEL./FAX. 019-621-6436

質量の運動方程式は,

$$M\ddot{u}(t) = -P(t) + Mg \quad (7)$$

式(7)を $u(0) = 0$, $\dot{u}(0) = V_0$ の初期条件で解くと,

$$u(t) = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 - \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

弾性球の衝撃点の部材への食い込み深さを δ とすると, 衝撃点における構造物の変位 w_j と, 弾性球の変位 u との間に次の関係が成り立つ.

$$u = w_j + \delta \quad (9)$$

一方, 衝突部の局所変形を Hertz の接触理論より, 次式のように仮定する.

$$\delta(t) = kP(t)^{2/3} \quad (10)$$

ここで,

$$k = \sqrt[3]{\frac{9\pi(k_1 + k_2)^2}{16R}}, \quad k_1 = \frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1}, \quad k_2 = \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2}$$

ν_1 : 部材のポアソン比, E_1 : 部材のヤング係数

ν_2 : 弾性球のポアソン比, E_2 : 弾性球のヤング係数

R : 弾性球の半径

式(9)に式(6), (8), (10)を代入すると, 弾性球が平面骨組構造物に衝突した場合に発生する衝撃力を定める非線形積分方程式を得る.

$$kP^{2/3}(t) + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau + \sum_{r=1}^n \frac{V_{jr}^2}{M_r^* n_r} \int_0^t P(\tau) \sin n_r(t-\tau) d\tau = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (11)$$

弾性球が剛平面に衝突する場合は, 式(11)の左辺第三項を省略できるので次式となる.

$$kP^{2/3}(t) + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (12)$$

以上より, 式(11)で衝撃力が求まったなら, その値を式(5)に代入し数値積分することで動的変位 $\{w_s\}$ が求まる. また, その結果から $\{\ddot{w}_s\}$ も計算することができ, 各部材要素の軸力, せん断力, モーメントの動的応答も計算できる.

3. 解析例と考察

解析例として図-1 に示すように門形ラーメン橋脚上部に弾性球が水平に衝突する問題を取る. なお計算にあたっては, 以下のような数値を用いた.

弾性球: 衝撃速度 $V_0 = 1.0 \text{ m/s}$,

半径 $R = 0.1 \text{ m}$, ヤング係数 $E_2 = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$,

ポアソン比 $\nu_2 = 0.3$,

単位体積重量 $\rho_2 g = 80.1 \text{ kN/m}^3$

柱材 (円筒形): 柱高 $H = 3.65 \text{ m}$

上面の断面積 (円形断面) $A = 3.305 \text{ m}^2$

底面の断面積 (円形断面) $A = 1.368 \text{ m}^2$

上面の断面二次モーメント $I = 0.540 \text{ m}^4$

底面の断面二次モーメント $I = 0.149 \text{ m}^4$

水平材 (2次放物線形): 梁長 $L = 4.8 \text{ m}$

両端の断面積 (矩形断面) $A = 2.4 \times 0.8 \text{ m}^2$

中央点の断面積 (矩形断面) $A = 0.700 \text{ m}^2$

両端の断面二次モーメント $I = 0.107 \text{ m}^4$

中央点の断面二次モーメント $I = 0.056 \text{ m}^4$

柱材, 水平材に共通な数値は,

ヤング係数 $E_1 = 2.365 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, ポアソン比 $\nu_1 = 0.167$, 単位体積重量 $\rho_1 g = 24 \text{ kN/m}^3$

柱材, 水平材はそれぞれ5分割と22分割とした.

図-2 は, 部材剛性 $E_1 I$ を 100%~50%まで減少させた時の衝撃力の変化を表したものである. 部材の剛性が小さくなるに従い, 衝撃力の最大値は小さくなるが, 逆に継続時間が増えることがわかった.

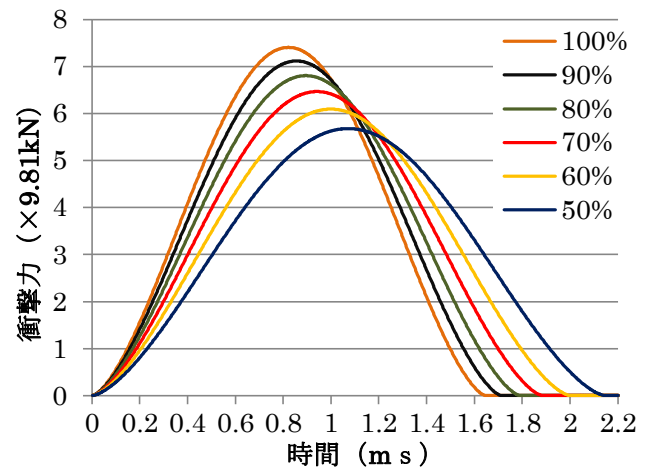


図-2 部材剛性の低下による衝撃力の変化

参考文献

1) 岩崎正二, 秋庭司: 衝撃荷重を受ける平面骨組構造物の動的応答解析, 岩手大学工学部研究報告, 第38巻, pp75-88, 1985.1