弾性波伝播特性を利用した粒子フィルタによる介在物の材料パラメータ同定

○東北大学工学部 学生員 鵜之沢 均
東北大学大学院工学研究科 学生員 河西 亮輔
東北大学災害科学国際研究所 正 員 加藤 準治
東北大学災害科学国際研究所 正 員 高瀬 慎介
東北大学災害科学国際研究所 正 員 寺田 賢二郎
東北大学大学院工学研究科 正 員 京谷 孝史

1. はじめに

本研究は、データ同化の一つである粒子フィルタと弾性波動解析を用いて，構造物内の表面に存在する介在物の物性値 (ヤング係数) を定量的に推定する数値シミュレーションを行うものである。具体的には，動弾性有限積分法[1)2)] (Elastodynamic Finite Integration Technique，以下 EFIT とる) を用いた解析を行い，構造物表面の介在物を通過した波の波形データにより介在物の物性値のデータ同化を行う。ここでは，波形データよりフーリエ変換によってフーリエスペクトルを計算し，非破壊検査シミュレーションにおける弾性波のような動的なデータに対し，粒子フィルタが適用可能であるかを検証する。

2. EFIT

EFIT は，有限差分法の一種であり，波動方程式を時間領域と空間領域で離散化する数値解析手法である。ここでは，弾性波が伝搬する材料は等方弾性体であると仮定し，3 次元波動場の数値解析を行う．空間座標 $\boldsymbol{x}$ および時間 t を用いて粒子速度を $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x},t)$，応力を $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x},t)$ とおき, 以下の波動伝播の支配方程式および構成式により計算を行う．

$$\rho(\boldsymbol{x})\,\dot{v}_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \tag{1}$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda(\boldsymbol{x})\frac{\partial v_k}{\partial x_k}\delta_{ij} + \mu(\boldsymbol{x})\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \tag{2}$$

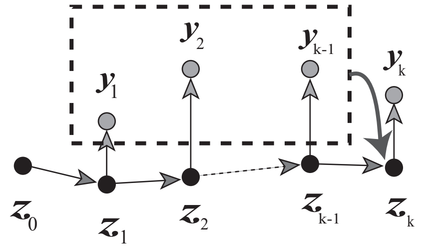
ここに，ρ は弾性体の密度，$\boldsymbol{f}$ は弾性体に作用する物体力，$\dot{()}$ は時間微分を表す．λ と μ は Lamé の定数で，弾性体中の縦波速度 c_{L} および横波速度 c_{T} との間に次の関係式が成り立つ．

$$c_{\mathrm{L}} = \sqrt{\frac{(\lambda+2\mu)}{\rho}},\, c_{\mathrm{T}} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{3}$$

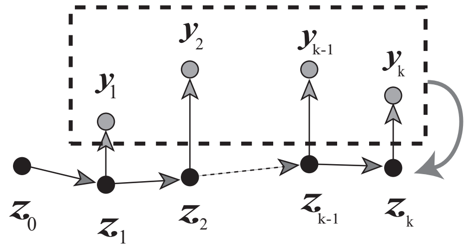
EFIT の考え方は，支配される微分方程式をある微小領域 V(以下積分セルとする) で積分し，離散化するというものである．ここで積分セルとしてボクセルメッシュを採用する．

3. 粒子フィルタ

粒子フィルタとは，状態ベクトルと呼ばれる未知量の確率分布を粒子を使って近似し，



図–1 予測分布



図–2 フィルタ分布

粒子の配置を予測･修正のステップを更新することで状態ベクトルを推定する手法である．いま，状態ベクトル（粒子）を z で表し，粒子の更新ステップ数 $k(=1,...,K)$ における状態ベクトルを z_k とする．また，全粒子数を N とし，i 番目（i=1,...,N）の粒子を上添字を使って z(i) と書き表すこととする．ここで，求めたい状態ベクトル $\boldsymbol{z}_k$ を，一つ前ステップの状態ベクトル $\boldsymbol{z}_{k-1}$ を用いて，システムモデルと呼ばれる関係式を次式で表す．

$$\boldsymbol{z}_k = f_k(\boldsymbol{z}_{k-1},\boldsymbol{v}_k), \qquad \boldsymbol{v}_k \sim p(\boldsymbol{v}|\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{sys}}) \tag{4}$$

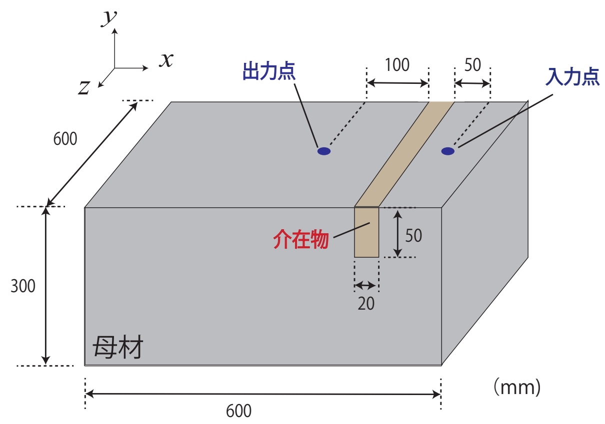
$\boldsymbol{v}_k$ は更新プロセス時に関わるノイズであり，システムノイズと呼ばれる．システムノイズ $\boldsymbol{v}_k$ は $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{sys}}$ をパラメータベクトルとしてもつ任意の確率分布である．直接観測できるデータ，観測ベクトルを $\boldsymbol{y}_k$ とし，状態ベクトル $\boldsymbol{x}_k$ との関係は，以下に示す観測モデルによって表現される．

$$\boldsymbol{y}_k = h(\boldsymbol{z}_k,\boldsymbol{w}_k), \qquad \boldsymbol{w}_k \sim p(\boldsymbol{w}|\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{obs}}) \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{w}_k$ は観測データに混在するノイズ項であり，観測ノイズと呼ばれ，$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{obs}}$ をパラメータとしてもつ任意の確率分布 $p(\boldsymbol{w}|\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{obs}})$ に従うとする．

図–1, **図–2** のように，粒子の分布を予測し (予測分布）観測

Key Words: 非破壊検査、シミュレーション
〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06,TEL 022-795-7425,FAX 022-795-7423



図–3 供試体モデル

データで修正 (フィルタ分布) の更新で未知量を推定する．

4. 数値計算例

(1) 問題設定および解析条件

本計算例では，**図–3** に示す供試体モデルの表面に介在物がある問題を想定する．供試体モデルは，600×600×300(mm) であり，1 つの要素が 2 × 2 × 2(mm) の立方格子，要素数 13.5×10^6 である．混入物はモデル上面に深さ 50mm，幅 20mm，長さ 600mm である．上面の介在物から 50mm 離れた地点より波形を入力し，ひび割れから 100mm 離れた地点でデータを観測する．母材の物性値はヤング率 1.19，ポアソン比 0.333 とし，介在物の物性値 (真値) はヤング率 0.299(GPa) と設定したここでは，介在物のヤング率が不明であると仮定し，それを本手法によってどの程度真値に近づけるかを検証する．粒子数 N は 12，粒子の更新ステップ数 k は 9 とする．初期粒子 z_1 は 0.05(GPa) から 0.05 刻みに 0.60(GPa) までの 12 個の成分で構成されている．状態ベクトルは介在物の物性値とし，観測データ y は介在物のヤング率が真値のときに得られた波形のフーリエスペクトルである．

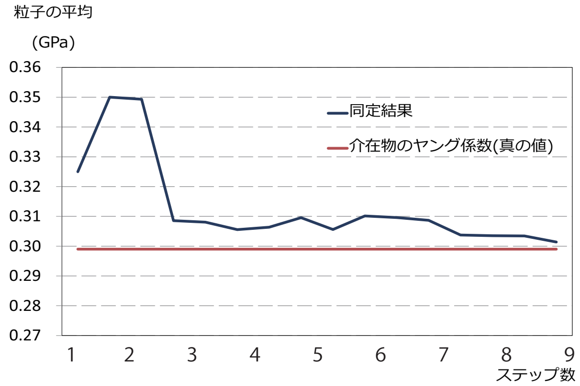
$$\boldsymbol{z}_k = \boldsymbol{z}_{k-1} + \boldsymbol{v}_k, \qquad \boldsymbol{v}_k \sim N(\boldsymbol{0}, \sigma_{\mathrm{R}}^2) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{y}_k = h(\boldsymbol{z}_k) + \boldsymbol{w}_k, \qquad \boldsymbol{w}_k \sim N(\boldsymbol{0}, \sigma_{\mathrm{R}}^2) \tag{7}$$

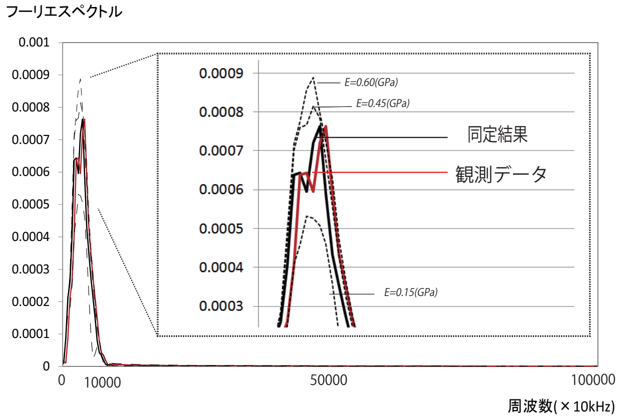
ここで，ステップ k における i 番目の粒子の重み $w_k^{(i)}$ は

$$w_k^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{ -\frac{\left(\boldsymbol{y}_k - h_k(\boldsymbol{z}_{k|k-1}^{(i)})\right)^2}{2} \right\} \tag{8}$$

とする．$h(\boldsymbol{z}_k)$ は EFIT で計算する予測粒子によるフーリエスペクトルであり，$w_k^{(i)}$ が大きいほど，予測粒子によるフーリエスペクトル $h(\boldsymbol{z}_k)$ が観測データのフーリエスペクトル (真値) に近いことを示している．各粒子の重みを計算より，重みが大きい粒子を多く複製し，小さい粒子は消滅させることでより真値に近づけるように作用する．



図–4 介在物の物性値の同定



図–5 介在物の物性値ごとに得られたフーリエスペクトル

(2) 計算結果

図–4 は計算結果を示している．縦軸は全粒子 12 個の平均値であり，9 ステップ終了時の平均値は 0.301 であった．これより，ステップを追うごとに同定結果は真値に近づいていることが分かる．**図–5** は介在物のヤング係数ごとに得られた波形からフーリエスペクトルを計算したグラフである．黒の実線が同定した介在物の物性値から得られたフーリエスペクトルであり，赤の実線である観測データと値と合致していることがわかる．

5. おわりに

本研究では粒子フィルタに対する動的なデータの適用性を示すとともに，実際に介在物を想定した材料の物性値の同定を行った．初期粒子や観測データなどの条件により，状態ベクトルの値が真値と多少の乖離が見受けられたが，極めて小さいものだった．解析結果は真値に近い値となり，粒子フィルタの動的データによるにデータ同化が十分可能であることが示された．

参考文献

1) P. Fellinger，R. Marklein，K.J. Langenberg and S. Klaholz : Numerical modeling of elastic wave propagation and scattering with EFIT -elastodynamic finite integraion technique，*Wave Motion*，**21**(1995)，pp. 47-66
2) F.Schubert: Numerical time-domain modeling of linear and nonlinear ultrasonic wave propagation using finite integration techniques -theory and applications，*Ultrasonics*，**40**(2004)，pp. 221-229