

# トンネル覆工コンクリートの弾性波ひび割れ照査に関する数値解析的研究

○東北大学建築・社会環境工学科	学生会員	河西 亮輔
東北大学災害科学国際研究所	正会員	加藤 準治
愛媛大学大学院理工学研究科学	正会員	中畑 和之
東北大学災害科学国際研究所	正会員	寺田 賢二郎
東北大学工学研究科	正会員	京谷 孝史

## 1. はじめに

本研究は、トンネル覆工コンクリートを対象にその健全度評価法の一つである衝撃弾性波法を用いて非破壊検査をシミュレートする。ここでは動弾性有限積分法（以下 EFIT と略す）を用いた表面波の波動伝播シミュレーションを行い、ひび割れによる周波数ごとの波動の減衰の様子を解析し、ひび割れ深さや角度を定量的に評価できる手法の確立を目的とする。

## 2. 動弾性有限積分法

EFIT は、等方性の弾性体を弾性波が伝播すると仮定し、3次元波動場の数値解析を行うものである。空間座標  $\mathbf{x}$  および時間  $t$  を用いて、粒子速度を  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ 、応力を  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}, t)$  とおき、波動の伝播を支配する波動方程式および構成式を総和規約で表すと以下ようになる。

$$\rho \dot{v}_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

ここで、 $\rho$  は弾性体の密度、 $\mathbf{f}$  は弾性体に作用する物体力、 $\dot{}$  は時間微分を表す。 $\lambda$  と  $\mu$  は Lamé 定数で、また弾性体中の縦波速度  $c_L$  および横波速度  $c_T$  との間には次の関係が成り立つ。

$$c_L = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}}, \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (3)$$

式(1)と式(2)を空間域で離散化し、中央差分近似を用いて時間域の離散化を行うと次式を得る。

$$\{v_i\}^n = \{v_i\}^{n-1} + \Delta t \{ \dot{v}_i \}^{n-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$$\{\sigma_{ij}\}^{n+\frac{1}{2}} = \{\sigma_{ij}\}^{n-\frac{1}{2}} + \Delta t \{\dot{\sigma}_{ij}\}^n \quad (5)$$

ここで、 $\Delta t$  は時間ステップであり、上付き文字  $n$  は整数次または半整数次の時間ステップを示している。ある整数次の時間ステップ  $n$  で求めた  $v_i$  を用いて半整数次の時間ステップ  $n+1/2$  における  $\sigma_{ij}$  が求まることになるので、この過程を交互に実行することで順次に解が求まる。その後求めた速度から数値解析モデルにおける変位  $u_i$  が得られる。EFIT を用いた解析は他の手法と比べ、波動の境界値問題で重要となる自由反射境界や異種界面の取り扱いが容易であることが特徴としてあげられる。

## 3. ひび割れ深さ照査のための波動伝播解析

### 3.1 数値解析モデル

Fig.1 に示すように、十分な大きさの石膏供試体 ( $1200 \times 800 \times 300\text{mm}$ ) に、深さ  $h$  は 5mm, 10mm, 30mm の3段階、角度  $\theta$  は  $30^\circ \sim 150^\circ$  の範囲で  $30^\circ$  刻みで開口ひび割れを与え、ひび割れから 160mm 離れたところからリッカー波を応力の変動分として入力する。受振点についてはひび割れに近い方から ch1~ch5 とする。リッカー波は中心周波数を 10, 30, 50kHz とする。Fig.2 にその入力波形を示す。分析対象の受振周波数は Fig.3 のように、フーリエ振幅スペクトルの値が中心周波数での値の半分以上である周波数とする。中畑ら<sup>1)</sup>の提案式を満たすようにセル長  $\Delta x$  を 1mm とし、CFL 条件を満たすように時間間隔  $\Delta t$  を  $0.1\mu\text{s}$  とした。

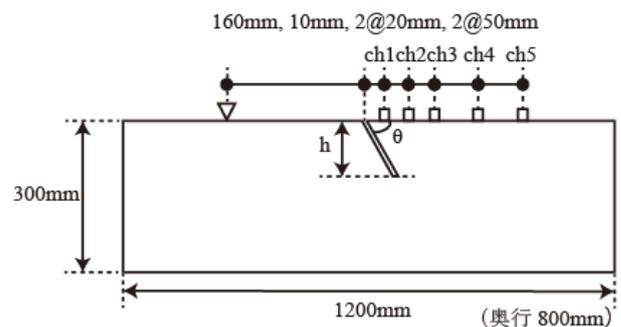


Fig.1- Analysis model

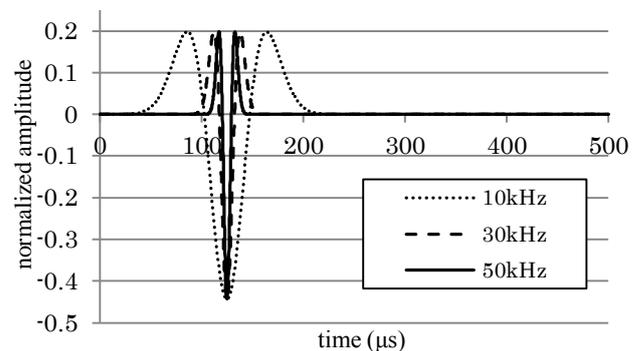


Fig.2 Input waveform

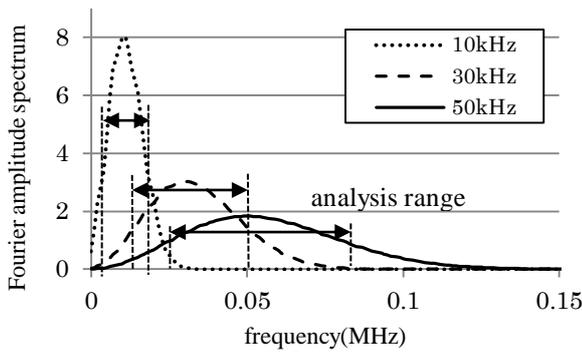


Fig. 3 Analysis range

### 3. 2 ひび割れ深さとフーリエ振幅スペクトル比

既往の研究<sup>2)</sup>は、垂直な開口ひび割れを透過する弾性波の数値解析を行い、垂直な開口ひび割れ深さ  $d$  は、ひび割れを通して測定したフーリエ振幅スペクトルを健全な箇所でも測定したフーリエ振幅スペクトルで周波数ごとに除した比  $F$  と波長  $\lambda$  によって式(6)のように関係づけられると報告している。

$$d = -a \cdot \ln F \cdot \lambda \quad (6)$$

ここで、 $a$  は近似式により求められた係数であり、およそ 0.4 である。 $F$  は、減衰効果を表す指標となるものである。本研究ではこの結果を発展させ、角度や入力波の中心周波数による係数  $a$  の影響を調べた。

### 3. 3 解析結果

Fig. 4 は中心周波数 50kHz の入力波を与えた時の ch5 における  $h/\lambda$  とフーリエ振幅スペクトル比のグラフである。ひび割れが斜めに入っていたとしても、浅井<sup>2)</sup>の解析結果と同様に指数関数的な減衰傾向が確認できる。その場合の評価式は、垂直ひび割れ深さ  $d$  の代わりにひび割れ先端までの深さ  $h$  を用いて

$$h = -a \cdot \ln F \cdot \lambda \quad (7)$$

と表すことができる。

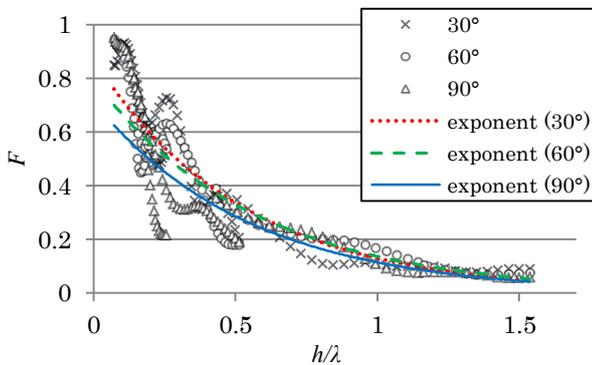


Fig. 4 Relation of  $h/\lambda$  and the ratio of Fourier amplitude spectrum

Fig. 5 は入力波の中心周波数が 50kHz の時の各 ch に対する係数  $a$  のグラフである。これを見ると、受振位置がひび割れに近いと角度による変化が見られるが、ある程度遠ければ  $a$  は角度が変わっても一定の値をとるとい

うことがわかる。このことから、ひび割れ角度は、ひび割れを通過する弾性波の減衰には影響が少ないということが判った。

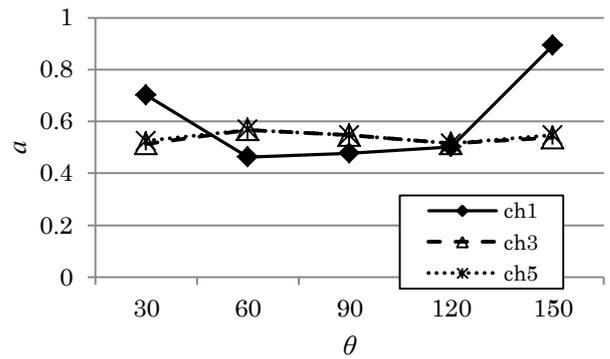


Fig. 5 Angle and coefficient  $a$  for 50kHz

Fig. 6 は  $\theta=30^\circ$  のときの結果を入力波ごとに比べたものである。これを見ると、周波数ごとの減衰は入力波によらないことが判る。

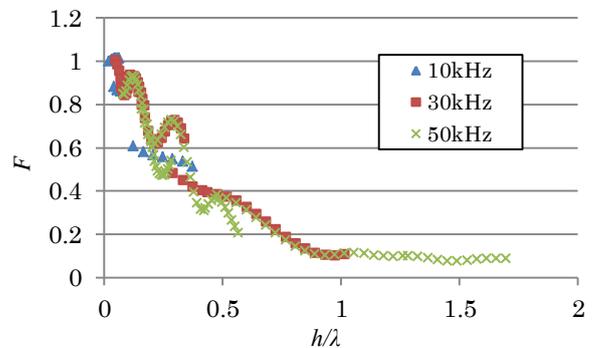


Fig. 6 Relation of  $h/\lambda$  and the ratio of Fourier amplitude spectrum for  $\theta=30^\circ$

以上のことから、波の減衰は、ひび割れ角度や入力波の中心周波数にはよらず、ひび割れ深さ  $h$  に強く依存していると考えられる。そこで ch5 における全ての角度と入力波のデータを合わせて近似すると、 $a = 0.53$ 、相関係数は 0.86 となる。この値と式(7)を用いてひび割れ深さを推定することができる。

## 4. 結論

コンクリート構造物に内在する開口ひび割れに対し数値解析を行い、ひび割れ深さ  $h$  の評価式を式(7)で提案した。それによるとリッカー波が角度のついたひび割れを透過する時の波の減衰は、深さによる影響が大きく、角度による影響は小さい、また入力波の中心周波数によらないことが確認された。

## 参考文献

- 1) 中畑和之, 木本和志, 廣瀬壮一: 動弾性有限積分法を用いた波動伝搬解析のためのイメージベースモデリング, 計算数理工学論文集, Vol7, No2, pp. 267-272, 2008
- 2) 浅井佑介: トンネル覆工コンクリートの弾性波試験に関する数値解析的研究, 修士論文, 2011