

小型家電リサイクルに対するロバスト在庫計画アプローチ

東北大学 非会員 ○平 聖也
東北大学 正会員 奥村 誠
東北大学 正会員 大窪 和明

1. 本研究の背景と目的

近年、金属資源の安定確保に向けた取り組みとして、家電などの使用済み製品にふくまれる有用金属のリサイクルが注目されている。家電4品目に関しては2001年に特定家庭用機器再商品化法が施行され、既に実績をあげている。一方、使用済み小型家電については現在も一般廃棄物として処理されている。そこで環境省は2014年の法制度化を目指し、小型家電を対象とした新しいリサイクル制度を計画している。この新制度案では自治体が回収した使用済み小型家電の全量を契約したリサイクル企業が無償で引き取ることになっている。システムの採算性評価¹⁾も行われ、小型家電のリサイクルを行う企業は採算性が確保できるとされている。しかしこの採算性評価では、小型家電の回収量の不確実性を考慮していない。狩野ら(2009)²⁾は、回収地域の地域性などによって回収量に変動があることを指摘している。小型家電リサイクル企業の採算性を評価するためには、回収量の不確実性に対して頑健に採算性を確保する必要がある。本研究では、不確実性に対して最適解の保守性を調整可能な動的ロバスト最適化手法を用いて、小型家電回収量の不確実性を考慮した小型家電リサイクル企業モデルを提案する。またモデルを用いた数値解析より、回収量に不確実性がある場合の小型家電リサイクル企業の採算性の評価を行う。

2. モデルの定式化

(1) 小型家電リサイクル企業モデル

本研究では有限かつ連続時間の計画期間 $[0, T]$ を考える。小型家電リサイクル企業は計画する T 期間の各 t

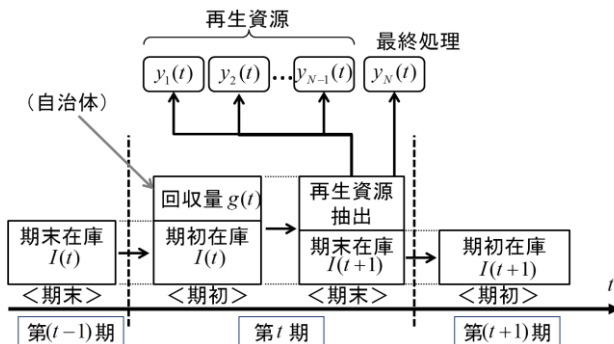


図1 モデルの枠組み

期について、再生資源 $i \in N$ それぞれの抽出量 $y_i(t)$ と、処理せず次期へ持ち越す小型家電の在庫量 $I(t)$ を決定する(図1)。また企業は、小型家電の在庫量が正の場合には在庫費用を、在庫量が負の場合には品切れペナルティを支払う。これを在庫・品切れ費用 $W(t)$ とおく。

以上より、小型家電リサイクル企業モデルは次のような利潤最大化問題[N]として定式化される。

$$\max_{y, I} \sum_{t=0}^{T-1} \left(\sum_{i=1}^N (p_i y_i(t) - c_i y_i(t) - W(t)) \right) \quad (1)$$

$$s.t. \quad W(t) \geq h \left(I_0 + \sum_{k=0}^t \left(g(k) - \sum_{i=1}^N y_i(k) \right) \right) \quad \forall t \in T \quad (2)$$

$$W(t) \geq -s \left(I_0 + \sum_{k=0}^t \left(g(k) - \sum_{i=1}^N y_i(k) \right) \right) \quad \forall t \in T \quad (3)$$

$$I(t+1) - I(t) = \bar{g}(t) - \sum_{i=1}^N y_i(t) \quad \forall t \in T \quad (4)$$

$$0 \leq y_i(t) \leq s_i \sum_{i=1}^N y_i(t) \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (5)$$

式中のパラメータの内、 p_i は再生資源 i の価格、 c_i は再生資源 i の単位抽出費用、 $\bar{g}(t)$ は t 期における小型家電回収量の公称値、 h は小型家電の単位当たり保管費用、 s は小型家電の単位当たり品切れペナルティ、 r_i は小型家電中に含まれる再生資源 i の含有率を表す。

目的関数(式(1))の第1項は再生資源の売却利益を表す。第2項は抽出費用を表す。第3項は在庫・品切れ費用を表す。制約条件式(2)と式(3)の右辺は、それぞれ t 期における在庫費用と品切れペナルティを表す。 t 期における在庫量が正の場合には $W(t)$ は在庫費用、在庫量が負の場合には $W(t)$ は品切れペナルティとなる。式(34)は t 期から $t+1$ 期への小型家電在庫量の増減が、 t 期における小型家電の回収量と各再生資源の抽出量の差に等しいことを表す。式(3-5)は小型家電から抽出できる再生資源量の上限を表す。以降の分析ではこれを「通常最適化」モデルとする。

(2) ロバスト最適化の導入

実際の小型家電回収量 $g(t)$ が変動する範囲を $[\bar{g}(t) - \hat{g}(t), \bar{g}(t) + \hat{g}(t)]$ と仮定する。 $\hat{g}(t)$ は回収量の変動幅を表す。ここで回収量を基準化した変数

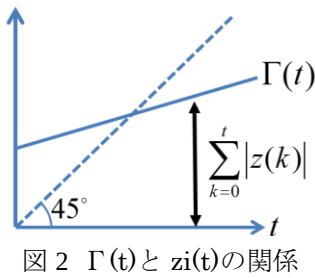


図 2 $\Gamma(t)$ と $z_i(t)$ の関係

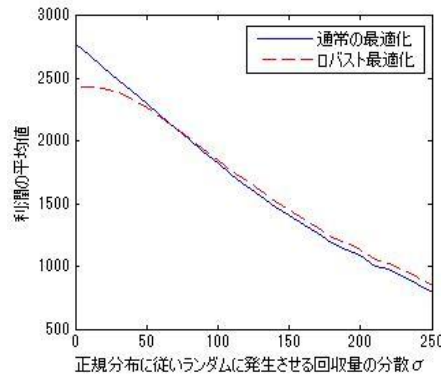


図 3 σ^2 と利潤の変化

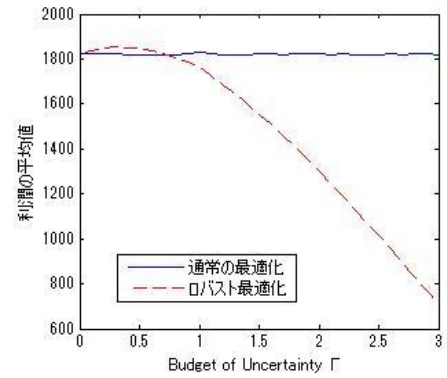


図 4 $\Gamma(t)$ と利潤の変化

$$z(t) = \frac{g(t) - \bar{g}(t)}{\hat{g}(t)} \quad (6)$$

を考える．ただし $z(t) \in [-1, 1]$ である．すべての期において最も極端なケースが続けて起きた場合は $|z(t)| = 1 \forall t \in T$ となり，その累計量は図 2 中の 45 度線で表わされる．しかしこのような極端なケースは何度も連続して起きないと考えられる．そこで，最適化計算の際に想定する不確実性の幅を制限するパラメータ $\Gamma(t)$ を考える．これは既存研究³⁾で Budget of Uncertainty と呼ばれる． $\Gamma(t)$ によって不確実性の変動幅が制限されたロバスト最適化で想定する回収量の値 $\hat{g}(t)z(t)$ は，各 t 期において次の部分問題を解くことで得られる．

$$\max_{z(t)} \sum_{k=0}^t \hat{g}(k)z(k) \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k=0}^t z(k) \leq \Gamma(t) \quad (8)$$

$$-1 \leq z(k) \leq 1 \quad \forall k \in t \quad (9)$$

問題[N]において(4)式の代わりに，得られた $\hat{g}(t)z(t)$ を用いた以下のような式(4')を用いて解くことで，ロバスト最適化による解が得られる．以降の分析ではこれを「ロバスト最適化」モデルとする．

$$I(t+1) - I(t) = (\bar{g}(t) - \hat{g}(t)z(t)) - \sum_{i=1}^N y_i(t) \quad \forall t \in T \quad (4')$$

3. モデルによる採算性の分析

3 期間 3 再生資源 ($T=3$, $N=3$) の設定の下で数値解析を行う．再生資源ごとに定義されるパラメータの設定は経済性評価¹⁾を参考に表 1 のように設定した．

パラメータ	基板	鉄等	廃棄物
P_i (万円/ton)	36.84	0.50	-0.40
C_i (万円/ton)	18.24	1.00	1.00
r_i (%)	0.2775	0.0256	1

他のパラメータ設定は $h=0.7$ (万円/ton), $s=7$ (万円/ton), $\bar{g}(t)=250$ (ton), $\forall t \in T$, $I(0)=I(T)=250$ (ton), $\hat{g}(t)=100 \quad \forall t \in T$ (ton), $\Gamma(t)=0.5$ とした．

この設定下で小型家電回収量を正規分布に従ってランダムに発生させ，2 モデルの最適解に従って企業が行

動した場合のシミュレーションを行った．

図 3 は回収量を発生させるパラメータのうち平均 $\mu=250$ とし，分散 σ^2 を区間 $[0, 250]$ で変化させた場合の利潤の平均値（サンプル数は各 5 万）の変化を表わす．図から，回収量の変動が大きいほど企業の利潤が小さくなることが分かる．またロバスト最適化は σ^2 が小さいときは通常最適化よりも利潤が小さいが， σ^2 が約 75 以上になると逆転して大きくなる．このことから，ロバスト最適化によって不確実性に対して頑健な解が得られていることが分かる．

図 4 は $\Gamma(t)$ を区間 $[0, T]$ (但し $T=3$) で変化させた場合の利潤の平均値の変化を表わす．ロバスト最適化は $\Gamma(t)$ が約 0.7 以下の領域では利潤の平均値が通常最適化よりも大きい，それ以上になると通常最適化よりも小さくなる．この領域のロバスト最適化は，過度に保守的な解となっていると考えられる．

4. おわりに

本研究では，最適解の保守性を調整可能なロバスト最適化手法を用いることで小型家電回収量の不確実性を考慮した，小型家電リサイクル企業の動的在庫モデルを提案した．またモデルを用いた数値解析の結果，小型家電回収量の不確実性が大きいほど企業の利潤は減少することが確かめられた．またロバスト最適化の保守性を調節することで，通常最適化よりも利潤が大きくなる場合があることが示された．自治体は回収した小型家電を引渡す企業の採算性確保のため，回収量が安定するよう努力する必要があると考えられる．

参考文献

- 1) 環境省，経済産業省：使用済小型家電からのレアメタルの回収及び適正処理に関する研究会とりまとめ，平成 23 年 4 月
- 2) 狩野真吾，白鳥寿一，中村崇：使用済み小型電気・電子機器の回収量試験と回収量評価，Journal of MMIJ, Vol. 125, pp.547-554, 2009
- 3) Bertsimas, D. Thiele, A.: A Robust Optimization Approach to Inventory Theory, Operations Research, Vol.54, pp. 150-168, 2006