曲げと軸力を受けるRC曲線部材の終局耐力

秋田大学大学院　学生会員　○大山　亮
秋田大学大学院　学生会員　横濱　芳
ランデス株式会社　正会員　松岡　智
秋田大学大学院　フェロー　川上　洵

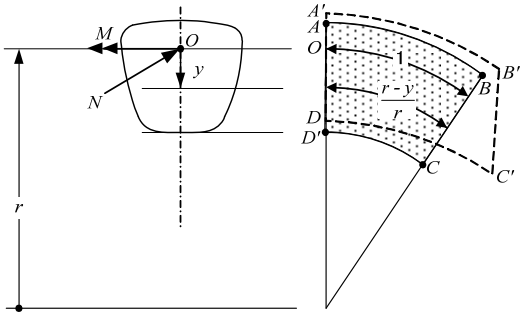
1. はじめに

曲げと軸力を受けるRC曲線部材は，部材断面寸法に比べ曲率半径が大きな場合は直線部材とみなせるが，小さな場合では直線部材とみなして解析を行うと解析結果に大きな誤差を生じ，しかも荷重の作用方向によっては危険側の結果となるため，曲線部材としての取り扱いが必要である。特に，アーチ構造の曲線部材は，曲げと軸力を同時に受ける構造であり，土木構造物としてこれまで多数の実績がある。しかし，材料非線形を考慮した曲線部材の終局耐力については研究実績が少ない。そこで本研究では，曲げと軸力を受ける材料非線形を考慮したRC曲線部材の終局耐力について解析方法および計算例を示す。

2. 曲線部材の基礎理論

無筋コンクリート曲線部材に曲げモーメントMと軸力Nが作用した時の断面の変形状態を図－1に示す。断面には基準点Oに曲げモーメントMと軸力Nが作用している。部材要素ABCDは変形後，部材要素A'B'C'D'となる。このとき，平面保持の仮定が保たれているものとする。

曲率中心からの基準点Oまでの距離をr, 基準点Oでの要素長を1とすると，基準点Oから任意の距離yにおける要素長xは曲率半径を用いて式のように表される。



図－1　曲線部材の変形状態

$$x=\frac{r-y}{r} \tag{1}$$

ここで，任意の位置yにおけるひずみε_{cy}および応力σ_{cy}は式（2），（3）のように表される。

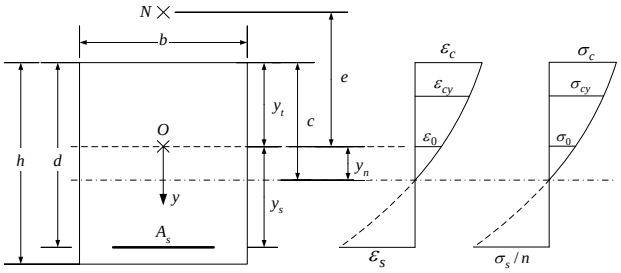
$$\varepsilon_{cy}=\frac{r}{r-y}\left(\varepsilon_0+\phi y\right) \tag{2}$$

$$\sigma_{cy}=E\varepsilon_{cy} \tag{3}$$

3. 応力解析

鉄筋コンクリート曲線部材の弾性理論における応力解析は，直線部材と同様に次の仮定に従う。

（1）平面保持の仮定に従う。
（2）応力－ひずみ関係は，弾性域においてフックの法則に従う。
（3）コンクリートの引張応力は無視する。



図－2　ひずみ分布および応力分布

軸力Nと曲げモーメントMは式（4）および式（5）により求められる。

$$N=\int_{y_t}^{y_n}E_c\frac{r}{r-y}\left(1-\frac{y}{y_n}\right)\varepsilon_0 b_y dy+E_s A_s\frac{r}{r-y_s}\left(1-\frac{y_s}{y_n}\right)\varepsilon_0 \tag{4}$$

$$M=\int_{y_t}^{y_n}E_c\frac{r}{r-y}\left(1-\frac{y}{y_n}\right)\varepsilon_0 b_y y dy+E_s A_s y_s\frac{r}{r-y_s}\left(1-\frac{y_s}{y_n}\right)\varepsilon_0 \tag{5}$$

$$e=\frac{M}{N}=\frac{\displaystyle\int_{y_t}^{y_n}\frac{1}{r-y}\left(1-\frac{y}{y_n}\right)b_y y dy+nA_s y_s\frac{1}{r-y_s}\left(1-\frac{y_s}{y_n}\right)}{\displaystyle\int_{y_t}^{y_n}\frac{1}{r-y}\left(1-\frac{y}{y_n}\right)b_y dy+nA_s\frac{1}{r-y_s}\left(1-\frac{y_s}{y_n}\right)} \tag{6}$$

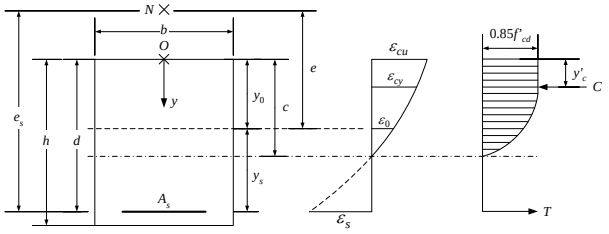
外力の釣合いに関する式（6）により中立軸の位置が決定する。軸ひずみは式（7）より求められる。

キーワード：RC曲線部材　終局耐力　材料非線形
連絡先：〒010-0852 秋田県秋田市手形学園町1-1 秋田大学大学院 工学資源学研究科 土木環境工学専攻

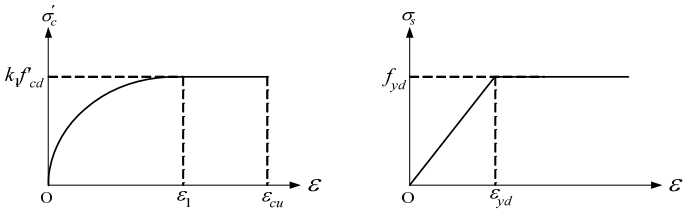
$$\varepsilon_0 = \frac{N\, y_n}{E_c b r (r - y_n) \log\left(\frac{r - y_n}{r - y_t}\right) + (y_n - y_t)} \qquad (7)$$

4. 終局耐力

曲げと軸力を受ける単鉄筋矩形断面を有する曲線部材の終局耐力を示す。コンクリートおよび鉄筋の応力－ひずみ関係は図－4 のように仮定する。終局耐力は圧縮縁のひずみが終局圧縮ひずみ ε_{cu} に達したとき断面に破壊が生じるものとする。



図－3　終局時のひずみ分布および応力分布



図－4 コンクリートおよび鉄筋の応力－ひずみ関係

コンクリートの応力分布を座標 y の関数，鉄筋の応力を鉄筋の降伏ひずみとの大小で表すと式（8）および（9）のようになる。本研究では，$k_1 = 0.85$，$\varepsilon_{cu} = -0.0035$，$\varepsilon_1 = -0.002$ を用いる。

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{cy} &= k_1 f'_{cd} \left\{ 2\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_1}\frac{r}{r-y}\left(1-\frac{y}{c}\right) - \left(\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_1}\right)^2 \left(\frac{r}{r-y}\right)^2 \left(1-\frac{y}{c}\right)^2 \right\} && y_1 \le y < c \\ \sigma_{cy} &= k_1 f'_{cd} && 0 < y < y_1 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma_s &= E_s \varepsilon_s && \varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \\ \sigma_s &= f_{yd} && \varepsilon_s \ge \varepsilon_{yd} \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

コンクリートに作用する圧縮力 C, 鉄筋の引張力 T は式（10）および（11）により表される。

$$C = \int_0^c \sigma_{cy} b_y dy \qquad (10)$$

$$T = A_s \sigma_s \qquad (11)$$

また，中立軸の位置 c は鉄筋位置におけるモーメントの釣合い式（12）より求められる。

$$C(y'_c + e_s - d) = T e_s \qquad (12)$$

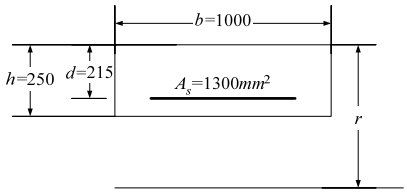
軸方向耐力 N_u は内力と外力の釣合い，曲げ耐力 M_u は図心位置におけるモーメントの釣合いにより求められる。

$$N_u = C - T \qquad (13)$$

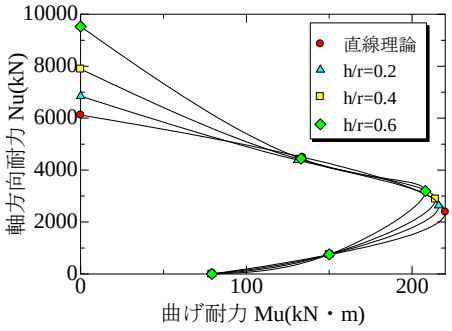
$$M_u = C(y_0 - y'_c) + T(d - y_0) \qquad (14)$$

5. 終局耐力に及ぼす曲率の影響

計算例として，図－5 に示すような単鉄筋矩形断面を有する RC 曲線部材の解析を行う。ここで，曲率半径が終局耐力に及ぼす影響を見るため，断面高さと曲率半径の比 h/r を 0.2，0.4，0.6 と変化させて，直線理論との比較を行った。



図－5　単鉄筋矩形断面



図－6　相互作用図

図－6 に直線理論と $h/r = 0.2$，0.4，0.6 のときの終局耐力に関する相互作用図を示す。偏心距離が大きい範囲すなわち曲げ破壊が卓越する範囲では直線理論と曲線理論はほぼ一致しており，軸力の偏心距離が大きくなるにつれて曲率の影響が顕著に現れている。また，$h/r = 0.2$ では直線理論とよく一致していることから，$h/r = 0.2$ より小さな曲率の場合には直線理論とほぼ変わらない値をとり，曲線理論での解析は必要としないと思われる。

6. まとめ

1) 曲げと軸力を受ける RC 曲線部材の応力解析およびコンクリートの材料非線形を考慮した終局耐力の解析方法を示した。
2) 単鉄筋矩形断面を有する曲線部材において，部材断面高さに対して，$h/r = 0.2$ より小さな曲率半径をもつ構造においては曲線理論を用いて終局耐力を解析する必要がある。

参考文献

川上 洵，加賀谷 誠，徳田 弘：鉄筋コンクリート曲線部材の塑性設計，コンクリート工学 Vol18，No5，pp.111-120，1980