

平面ひずみ供試体の変形・分岐特性と 弾塑性分岐解析との比較

東北大学大学院 学生員 ○高澤悠輝
東北大学大学院 正会員 池田清宏
東北大学大学院 正会員 山川優樹

1. はじめに

砂の平面ひずみ試験結果と有限要素法を用いた数値分岐解析結果との比較を行い、供試体の変形過程における分岐発生について定量的検討を行った^{1),2)}。検討対象として、ALERT-Geomaterials がベンチマーク・データベースとして公開している試験結果を採用した。有限要素解析では地盤材料の基本的な力学挙動を表現しうる2種類の構成モデル（Cam-clayモデルとDrucker-Pragerモデル）を用い、構成モデルによる分岐発生時点や分岐モードの違いを調べた。また、局所変形モードの漸次的変化と分岐との関連についても考察した。

2. ALERTによる実験データベースの概要

本研究では“ALERT Biaxial Benchmark Data”（2002年版）としてAlliance of Laboratories in Europe for Research and Technology (ALERT-Geomaterials) が公開している砂供試体の試験結果データベース³⁾を比較対象として、著者らによる有限要素法を用いた数値分岐解析との比較検討を行う。本研究で行う有限要素解析は土骨格・間隙水の連成解析ではなく固相のみの単相解析であるため、それとの比較を前提とし、ここでは表-1に挙げる排水条件での平面ひずみ試験2ケースを利用した。“shf54”は緩詰め，“shf89”は密詰めの供試体である。

図-1にshf54の変形の進行過程を示す。同図は実体写真測量を用いて求めた軸ひずみの進行に伴う局所的なせん断ひずみの分布の変化過程を示したものである。軸ひずみの進行に伴い、鋭いせん断帯が形成されたことが確認できる。

3. 緩詰め長方形供試体の数値分岐解析

ここでは、第2章で紹介した“shf54”の有限要素解析を示す。実験概要は、先に表-1に示した通りである。はじめに実験曲線に対して一様変形解析による構成式シミュレーションを行い、材料定数を決定する。その材料定数を用いて有限要素法による分岐解析を行い、分岐後の局所変形挙動を追跡する。

(1) 実験曲線のCam-clay構成式シミュレーション

実験と同一の供試体形状比・側圧・端面条件でCam-clayモデルを用いた1要素の有限要素解析を行い、一様変形時の構成式の応答曲線と実験曲線とのフィッティングにより材料定数を決定した。実験曲線と構成式応答をまとめて図-2に示す。当然ながら、1要素解析では拡散型分岐は発生せず一様変形が持続する。shf54は緩詰め砂のため同図(b)では収縮挙動を始終示しており、そのため膨張挙動を示す

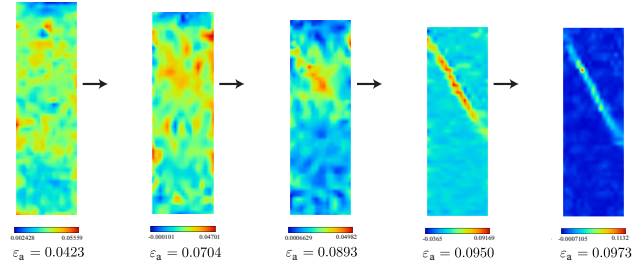
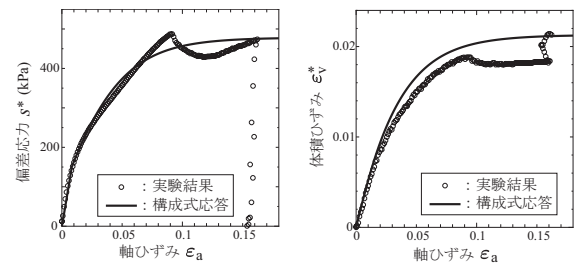


図-1 shf54（緩詰め、 $e_0 = 0.852$, $H_0/L_0 = 3.33$ ）における軸ひずみ ε_a の進行に伴うせん断ひずみ増分



(a) 軸ひずみ-偏差応力関係 (b) 軸ひずみ-体積ひずみ関係
図-2 1要素解析によるshf54実験曲線のCam-clay構成式シミュレーション

表-2 shf54に対するCam-clayモデルの材料定数

弾塑性圧縮係数	$\bar{\lambda}$	0.025
弾性圧縮係数	$\bar{k}$	0.015
せん断弾性係数	μ_0	12.31 MPa
μ の等方応力依存性	α	0
限界状態定数	M	0.943
内部摩擦角	ϕ_{ps}	35.0°
初期比体積	$v_0 (= 1 + e_0)$	1.852
初期等方応力	p_0	-400 kPa
先行圧密応力	p_{c0}	-680 kPa

Drucker-Pragerモデルではなく、ここではCam-clayモデルを用いた。同図(a)では、軸ひずみ $\varepsilon_a = 0.09$ 付近までは曲線の傾きが次第に小さくなりながらも応力は増加を続けるが、そこから曲線は急激に折れ曲がって応力は一旦低下に転じ、その後再度増加している。この曲線の折れ曲がり局所化の発生によるものと判断される。先に示した図-1でも局所化の発生は明らかである。従って、応力-ひずみ曲線の折れ曲がり後の応力低下を軟化挙動として構成式応答で表すことはせず、折れ曲がるまでの範囲だけをフィッティングの対象とした。こうして定めた材料定数の値を表-2に示す。

(2) 有限要素法による分岐解析

表-2の材料定数を用いて、有限要素法による分岐解析を行った。解析モデルは図-3に示す通り 20×64 要素（節点

表-1 ALERT Biaxial Benchmark Data (2002 年版) で公開されている排水平面ひずみ試験³⁾

データ名	相対密度 D_r (%)	初期高さ H_0 (mm)	初期幅 L_0 (mm)	初期形状比 H_0/L_0	初期質量密度 ρ_0 (kN/m ³)	初期間隙比 e_0	有効拘束圧 σ'_3 (kPa)
shf54	緩詰め	336.5	101.0	3.33	14.03	0.852	400
shf89	密詰め	164.0	173.0	0.95	15.77	0.647	100

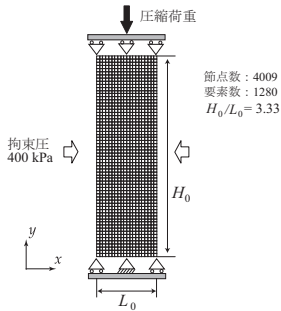


図-3 shf54 の有限要素解析モデル

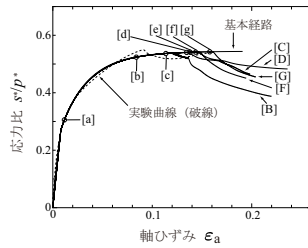


図-4 shf54 の実験曲線および FEM による基本経路と分岐経路

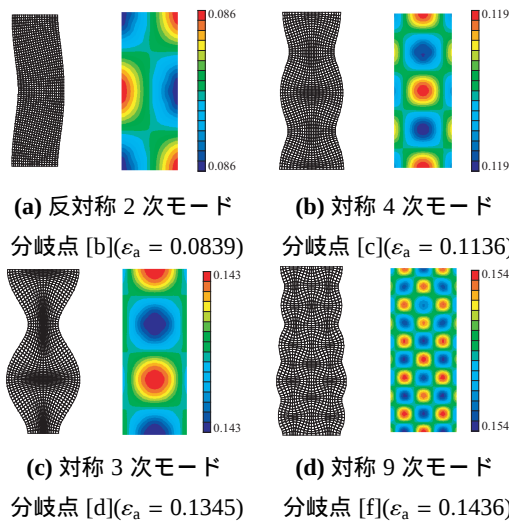


図-5 shf54 の FEM 解析で得られた分岐モード (各図左) と分岐直後のせん断ひずみ分布 (各図右)

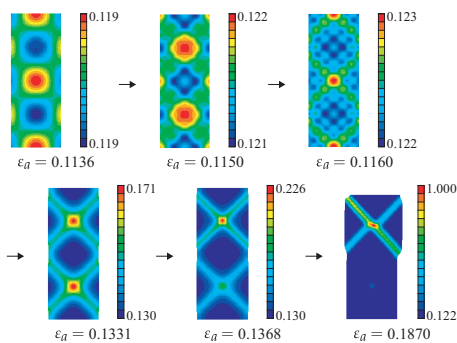


図-6 shf54 の各分岐経路上での変形形態とせん断ひずみ分布 (分岐経路 [C])

数 4009) に分割した．有限要素は 8 節点 2 次アイソパラメトリック要素を用い， 3×3 点 Gauss 完全積分を行った．地盤の極限支持力解析などでは低減積分が用いられることが多いが，要素自体の不安定挙動と分岐との誤認を避けるため，ここでは完全積分を用いた．実験では摩擦低減のため上下端面に潤滑層を設けているのを考慮し，解析でも水平方向の変位は拘束していない．

解析により得られた基本経路 (一様変形) と分岐経路を

実線で，分岐点を (○) で図-4 に示す．比較のため，同図には実験曲線も破線で示してある．基本経路上には図-4 中 [a] ~ [g] で示す拡散型モードの分岐点が 7 個検出された．実験曲線が急激に折れ曲がる付近 ($\varepsilon_a = 0.09$ 付近) から [b], [c], と続いて分岐点が発生し，実験でもこの付近で分岐が発生していることを示唆している．その後，解析では限界状態に近づくにつれて次第に近接して分岐点が発生するようになる．幾つかの分岐点から分岐経路を追跡した (図中に分岐点に対応するアルファベットの大文字で示す)．いずれの分岐経路においても，分岐の少し後から実験曲線と同様に応力比 s^*/p^* は低下に転じる．

各分岐点での分岐モードと分岐直後のせん断ひずみ分布を，ここでは分岐点 [b], [c], [d], [f] について図-5 に示す．対称・反対称の様々な波数の分岐モードが得られているが，変形が進行した後で発生する分岐モードほど高次モードとなる傾向がある．図-6 に分岐経路上での変形の様子を，ここでは分岐経路 [C] を取り上げて示す．分岐経路 [C] では，軸ひずみ 0.1331 まで上下・左右対称性を保ち×印状せん断帯が上下 2 つ発生しているが，軸ひずみ 0.1368 では上下対称性を失って上側の×印状せん断帯のみが卓越し，最終的に軸ひずみ 0.1870 では左右対称性を喪失して×印のうち一方のせん断帯のみが卓越している．対称性を喪失する順序は分岐経路ごとに各々異なっているが，最終的に卓越したせん断帯の位置は同一となっており，その結果として図-4 では分岐経路 [C], [F] および [G] の最終的な応力比の値もほぼ同一となっている．以上は解析で多数確認された分岐挙動の一部に過ぎないが，複雑な高次モードから何段階かを経て低次モードへと局所化していく様子は，図-1 の実験挙動をよく表している．

4. 結論

本研究では，ALERT-Geomaterials が公開している砂の平面ひずみ試験結果を対象とし，実験結果と数値分岐解析結果との比較を行い，分岐発生時点や分岐応力の定量的検討を行った．その結果，単純な構成モデルであっても，構成モデルの種類によらず，分岐点の位置は実験結果と定量的に良好な整合を示した．また，分岐後の複雑な局所変形の進展に伴う荷重 - 変位曲線の不安定な挙動も再現できた．

参考文献

- 1) 山川優樹，森田耕平，池田清宏，Jacques Desrues: 砂の平面ひずみ供試体における変形局所化挙動と有限要素法による数値分岐解析との比較．応用力学論文集，土木学会，Vol.10, pp.281-292, 2007.
- 2) 山川優樹，池田清宏，田村崇: 砂の平面ひずみ供試体における拡散型分岐モードの抽出．土木学会論文集 C，土木学会，Vol.66, No.4, pp.671-683, 2010.
- 3) Jacques Desrues: ALERT Biaxial Benchmark DATA (公開ベンチマークデータの説明文書)，2002.