

移流・分散問題の幾つかの解析解の応用

東北学院大学 工学部 環境建設工学科 (学)○御木 彩乃, 加藤 理
東北学院大学 工学部 環境建設工学科 (正) 飛田 善雄

1. はじめに

2010年4月に土壤汚染対策法が改正され, 自然由来の重金属類を原因とする土壤汚染も対象となった. 汚染土壤の処理には高額な費用がかかるため, 環境リスクを適切に評価し, リスクの大小に応じて対応方法を合理的に選択することが重要である.

リスクを適切に評価するためには, 汚染物質の移流・分散現象を理解する必要がある(移流・分散現象の簡単なイメージは図1の通りである).

本研究では, 解析解が求められるカラム試験を対象とし, 式の中に含まれるパラメータが移流・分散現象に及ぼす影響について考察した. 解析解および数値計算結果を求める際は, 数学ソフトである Mathematica を利用した.

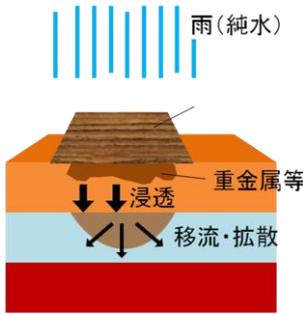


図1 地盤中の移流分散現象の概要

2. 移流・分散現象における4つの作用

地盤中に存在する汚染物質は, 大きく分けて4つの作用によって土中を移動する.

1) 拡散作用, 2) 移流作用, 3) 移流に伴う水理的分散作用, 4) 吸脱着作用である. 以下にそれぞれの説明を述べる.

1) 拡散

溶質成分が濃度の高い方から低い方へと広がること. 移動量は物質の濃度勾配に比例する.

2) 移流

水が地盤中を移動する際に, 水と共に溶解した汚染物質も流れること. このような溶質移動を移流という.

3) 移流に伴う水理的分散

土の間隙構造の不均一により, 溶質が空間的にランダムに広がること.

4) 吸脱着

土の間隙中を移動する溶質は, 汚染物質が土粒子や土壤有機物, 植物根などと接触するので, これら

の物質表面に吸着されたり, 逆に物質表面に存在していた物質が離脱して溶液中に混入したりする.

これらの特性から, 地盤中での溶質の挙動を予測する手法が, 移流分散解析である.

3. 移流分散解析

移流分散解析を行なう上で, 解析解を得るために土のカラム試験を想定する. カラムの上部から所定濃度の溶液を流入させ, その溶液が土全体を通過して排出されたときの流出液濃度を測定する. 各条件, 物質の性質等を考慮してパラメータを与えることにより, 地盤中での挙動を予測することができる. 土中の溶質移動を現象として捉えるための最も一般的な手法である.

3-1. 土のカラム試験の条件及び測定方法

解析の対象としたカラム試験に共通する条件は, 飽和状態にある長さ L の均一な土のカラムにおいて, 定常流れが生じていることである(図2参照). 解析解は, カラム内の溶質分布の時間的経過を求めることができるが, 本報告では, $t=0$ 以降の, $z=L$ のカラム流出端における流出液濃度 ($C^f(L, t)$) についてのみ報告する.

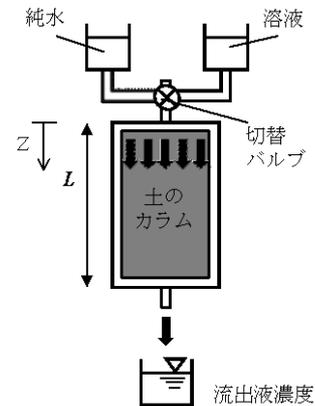


図2 溶質移動の測定装置

4. 移流分散式

移流分散解析の基本式は,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_b C_a + \theta C_l) \\ = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_e \frac{\partial C_l}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (J_w C_l) - (\rho_b r_a + \theta r_l) \end{aligned} \quad (1)$$

で表される. 式(1)は, 移流分散式(convection-dispersion equation, CDE)と呼ばれる.

5. 解析条件及び解析解

移流分散解析には様々な解析条件があるが、ここでは2つの条件の解について報告する。対象とする化学物質の性質は、土中で化学的、あるいは生物学的な反応を生じず、また土粒子への吸着や溶脱もないものとする。

以下に、2条件で使用した解析条件・入力パラメータの値を示す。

I : 土のカラムは、土中溶液中に対象とする化学物質が存在せず、土粒子へ吸着していない状態である。

時間 $t=0$ で流入水バルブを初期の純水から濃度 C_0 の供給溶液へと瞬間的に切り替え、定常流れて流し続ける。

II : 土のカラムの溶液中のみに対象とする化学物質が溶質として存在している状態である。

表1 入力パラメータ

| | C_0 | V | L | $D1$ | $D2$ | $D3$ | $D4$ |
|----|-------|-----|-----|------|------|------|------|
| I | 1.0 | 2.0 | 50 | 10 | 5 | 2.5 | 0 |
| II | 1.0 | 0.5 | 50 | 10 | 5 | 2.5 | |

C_0 : 濃度 (g cm^{-3}), V : 間隙流速 (cm h^{-1})

L : カラム長 (cm), D : 分散係数 ($\text{cm}^2 \text{h}^{-1}$)

また、流出液濃度は、条件 I ではフラックス濃度 (C^f)、条件 II ではレジデント流体濃度 (C_l^r) で表している。一次元流れにおいて C^f は水フラックスに対する溶質フラックスの比で定義され、 C_l^r はレジデント溶液相の単位体積当たりの溶質量で表される。 C^f と C_l^r は、次式で関係付けられる。

$$C^f = C_l^r - \frac{D}{V} \frac{\partial C_l^r}{\partial z} \quad (2)$$

5-1. 条件 I における解析解と解析解の表現

式(1)に、試験条件や溶質の性質を考慮し、Mathematica で数学的操作を行うことにより、流出液濃度を表わす解析解が得られる。

$$C^f(L,t) = \frac{C_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{L-Vt}{\sqrt{4Dt}} \right) + \exp \left(\frac{VL}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{L+Vt}{\sqrt{4Dt}} \right) \right] \quad (3)$$

また、流出液濃度に対する時間変化を図3に表す。

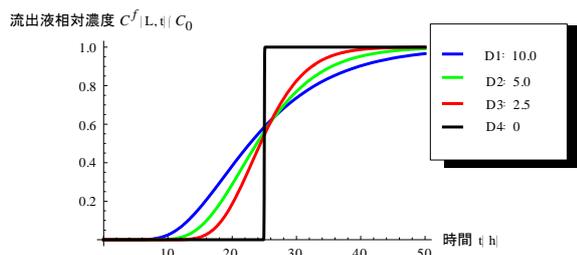


図3 $t=0$ に階段状に入力濃度変化を与えたときの流出液濃度の時間変化

5-2. 条件 II における解析解と解析解の表現

式(1)から、Mathematica により、流出液濃度を表わす解析解を得る。

$$C_l^r(L,t) = \frac{C_0}{2} \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{Vt}{2\sqrt{Dt}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{L-Vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] - \frac{C_0}{2} \left[\left(1 + \frac{2VL}{D} + \frac{V^2 t}{D} \right) \exp \left(\frac{VL}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{2L+Vt}{2\sqrt{Dt}} \right) - \left(1 + \frac{VL}{D} + \frac{V^2 t}{D} \right) \exp \left(\frac{VL}{D} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{L+Vt}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] + C_0 \sqrt{\frac{V^2 t}{\pi D}} \left[\exp \left(\frac{VL}{D} - \frac{(2L+Vt)^2}{2\sqrt{Dt}} \right) - \exp \left(-\frac{(L+Vt)^2}{4Dt} \right) \right]$$

また、流出液濃度に対する時間変化を図4に表す。

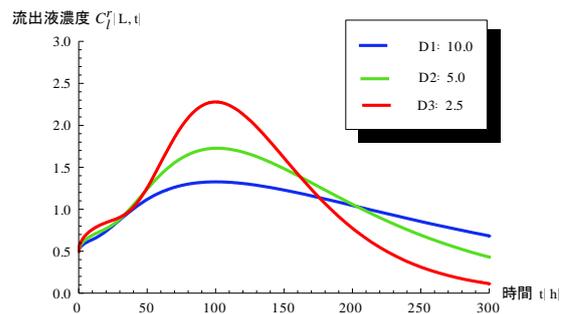


図4 液相が汚染されているとき、濃度0の純水を流し続けた場合の流出液濃度の時間変化

6. 考察

流出液濃度曲線から、カラム内で移流、拡散、水理学的分散、吸脱着といった作用が溶質の挙動に、どのように影響しているかを読み取ることができる。

本研究では、入力パラメータの値を変えてグラフ表示することにより、汚染物質の挙動の特徴を読み取った。条件 I、条件 II で変化させたパラメータは、土の構造による分散係数 D である。以下に図3、図4で表している流出液濃度曲線の特徴を示す。

図3 : 分散が大きいほど、溶質が流出端に達する時間は速いが、全て出切るまでに時間がかかる。

これは、分散係数が大きいほど溶質がカラム内の上下方向に分散されるためである。

図4 : 分散が大きいほど、流出液濃度の最大値が小さくなり、緩やかに変化する。これは図3と同様に、分散係数が大きいほどカラム内の上下方向に分散されるためである。

化学物質が土部分に吸着している場合、土粒子から吸着・溶脱を行う場合についても解析を行ったが、この場合には、Mathematica において、解析解を得ることが難しく、数値積分が必要となる。

化学物質が土部分に吸着している場合、土粒子から吸着・溶脱を行う場合についても解析を行ったが、この場合には、Mathematica において、解析解を得ることが難しく、数値積分が必要となる。

7. 参考文献

- 1) 取出信夫監訳、井上光弘、長裕幸、西村拓、諸泉利嗣、渡辺信夫訳：ウィリアム・ジュリー、ロバート・ホートン著 土壌物理学 土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用、2006。
- 2) 筑紫二郎訳：W. A. ジュリー、K. ロース著 土壌中の溶質移動の基礎、2005。