

2次元正方都市モデルにおける人口の集積・分散のパターン解析

東北大学 学 高澤 悠輝
東北大学 正 池田 清宏

1. はじめに

新経済地理学の分野では都市の集積・分散現象を表現したモデルにおいて、輸送費の変化により均衡人口分布からの複数の均衡解が存在することが明らかになってきている。Krugman¹⁾は、輸送費の変化による工業の集積・分散現象を大胆な仮定に基づき分析した。

本研究では、平面上に周期境界条件を持つ2次元正方形メッシュにより形成した領域における人口の集積・分散挙動を、分岐現象という側面から調べることにする。Forslidモデル²⁾とランダム効用理論に基づいた確率的都市選択モデルをこのとき用いる。求められた人口分布パターンをモデルの対称性を表す対称群を用いて分類・分析する。

2. 都市の集積・分散モデル

(1) Forslidの短期均衡モデル

本研究に用いるForslidのモデルについて簡単にまとめる。

- 経済は、独占的競争が行われる工業部門と完全競争的な農業部門の2つの部門からなる。工業品の輸送には輸送費がかかり、農業品の輸送には輸送費はかからないこととする。
- 経済全体では工業労働者は μ 、農業労働者は $(1 - \mu)$ の割合で存在する。工業部門で働くHigh skilled workerが μ/σ 存在し、工業部門または農業部門で働くLow skilled workerが $(\sigma - \mu)/\sigma$ 存在する。
- High skilled workerは自身の効用を最大化するように確率的に都市間を移動することができるが、Low skilled workerは移動不可能で、すべての都市に均等に分布しており、賃金1である。

(2) Logitモデル(確率的都市選択行動)

High skilled workerの都市選択行動を決定する要因を実質賃金(間接効用)の大きさによることを考え、都市 r における実質賃金 ω_r をHigh skilled workerの賃金 w_r^M と工業品価格指数 G_r を用いて以下のように定義する。

$$\omega_r = \sigma^r (1 - \mu)^{1-\mu} w_r^M G_r^{-\mu} \quad (1)$$

しかし、実質賃金は完全に測定できない上、個人間のばらつきもある。したがって、この実質賃金をランダムな確率

的変数と考え、都市 r におけるHigh skilled workerの人口シェアを

$$\lambda_r = \exp(\theta\omega_r) / \sum_{s=1}^n \exp(\theta\omega_s) \quad (2)$$

と定義する。ここで、 θ は実質賃金に対する知覚誤差の分散を表すパラメータである。(2)に(1)を代入すれば、以下に示すように、 (λ, τ) を未知変数とする支配方程式が得られる。

$$F(\lambda, \tau) = \begin{pmatrix} \frac{\exp(\theta\omega_1(\lambda, \tau))}{\sum_{s=1}^n \exp(\theta\omega_s(\lambda, \tau))} - \lambda_1 \\ \vdots \\ \frac{\exp(\theta\omega_n(\lambda, \tau))}{\sum_{s=1}^n \exp(\theta\omega_s(\lambda, \tau))} - \lambda_n \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (3)$$

3. 2次元都市モデル

都市群の形状として、本研究では図-1のように、都市を $N \times N$ の正方格子状に配置する。各都市からは上下・左右の隣り合った四方の都市との道を作成する。また都市に周期構造を持たせるため、 $N = 3$ では(1, 7), (2, 8), (3, 9), (1, 3), (4, 6), (7, 9)のように最外殻の向かい合った都市間に仮想的な道を作成する。この道は内部の都市間を結ぶ道と同じ距離を持つこととする。この仮想的な道を設けることにより、本2次元都市モデルは無限平面を周期構造で近似することになり、無限平面都市の解析を疑似的に行うことができる。

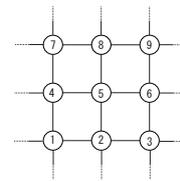


図-1 2次元都市モデル($N = 3$)

4. 群による人口分布パターンの対称性の記述

図-2に示すように、次にあげる4つの基本変換の組み合わせを用いて人口分布パターンを分類する。

- r : 中心点を基準として反時計回りに $\pi/2$ 回転する。
- s : x 軸に関して反転する。
- p_1 : x 軸方向に単位長さ並進移動する。
- p_2 : y 軸方向に単位長さ並進移動する。

これら4つの基本変換の積として、一般的な変換が

$$p_1^i p_2^j s^l r^m \quad (4)$$

$$i, j \in \{0, 1, \dots, N-1\}; l \in \{0, 1\}; m \in \{0, 1, 2, 3\}$$

と表される．例えば， $p_1 sr^2$ という変換は， π 回転後， x 軸に関し反転させ，さらに x 軸方向に単位長さの並進を移動，という変換を表す．

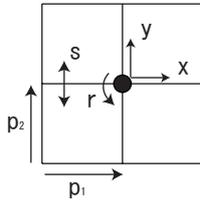


図-2 基本変換

5. 解析結果

2節, 3節で導入した2次元都市モデルの非線形支配方程式の解を数値解析により求めた．ここでは， $N = 3$ の場合の解析結果を示す．

(1) τ の変化に伴う安定解の変化

輸送費パラメータ τ を十分大きい値から減少させ，分岐点において分岐解を追跡することにより求めた解曲線を図-3 に示す．ここで，横軸は τ ，縦軸はジニ係数である．ジニ係数は都市全体の人口の不平等さを表す数値であり，この値が大きいほど人口の集積が進んでいることを表す．また，安定解を実線，不安定解を破線で表す．多くの解が存在し，その大半は不安定解であるが，ほぼすべての τ において一つは安定解が求められた．

安定解の人口分布パターン及び対称性を図-4 に示す．都市の周期構造とパターン形成をわかりやすくするために， 3×3 の都市構造をさらに横方向に3個，縦方向に3個並べている．各都市の人口はその都市の人口シェアの大きさに比例した円で表している．輸送費が減少し，都市間の移動が便利になるにつれ人口の集積が起こっていることが確認できる．自明解である (a) からの分岐により (b) が生じた． G_2 は G_1 の部分群となっている．一方， G_2 と G_3 の間にはこのような部分群となる関係が無く，(b) から (c) への変化は解曲線が動的に飛び移る mode jumping により起こることが予想される． $\tau = 0$ 付近では，人口の再分散が起こり，対称性は回復している．これは輸送費が小さくなりすぎたため，どの都市で生産を行っても効用に差が生まれえないという，よく知られた性質である．

(2) 分岐点での挙動

自明解からの最初の分岐点(図-3 点ⓐ)は，4重分岐点となっている．この分岐点におけるゼロ固有値に対応する固有ベクトル η_i , ($i = 1, 2, 3, 4$) が存在する．これらを適宜重ね

合わせるにより，分岐後の安定解である図-4(b) に対応する固有ベクトルが以下のように求められた．

$$\sum_{i=1}^4 c_i \eta_i = \left\{ -1 \quad -1 \quad 2 \quad -1 \quad 2 \quad -1 \quad 2 \quad -1 \quad -1 \right\}^T \quad (5)$$

他の分岐解についても同様の操作を行った．

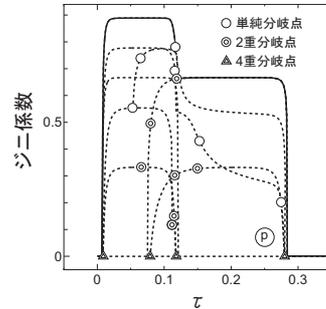


図-3 τ - ジニ係数 曲線

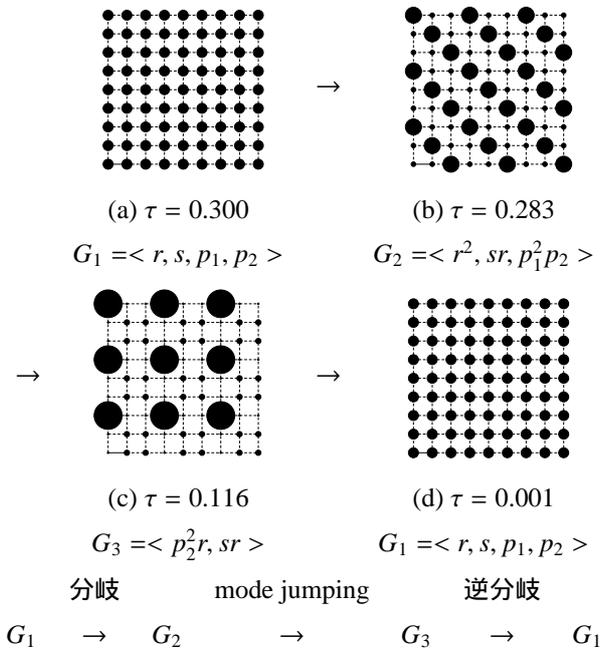


図-4 τ の減少に伴う集積の進行

6. 結論

本研究では，平面上に都市が均等に存在する状態を周期境界条件を持つ2次元都市群を用いて表現した．その結果もとめられた様々な人口分布パターンの対称性を群により記述することで，分岐による対称性の変化を確認できた．また多重分岐点での固有ベクトルの重ね合わせによる解析を行い，分岐後の人口分布解と一致することを確認できた．

参考文献

- 1) M. Fujita, P. Krugman, and A.J. Venables, The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade, MIT Press, 1999.
- 2) Forslid, and I.P. Ottaviano, An analytically solvable core-periphery model, Journal of Economic Geography, 3, pp.229-340, 2003.