異方性を考慮した砂の弾塑性モデルに対する基礎的検討

東北学院大学 工学部 環境建設工学科 (学)○梅津 一星、横瀬 正志、沼倉 貴洋
東北学院大学 工学部 環境建設工学科 (正) 飛田 善雄

1. はじめに

地盤は、堆積過程における重力の影響、堆積後の載荷重の影響などにより、粒子間の接触方向に代表される微視的構造がある方向に偏った分布となり、その結果として力学的挙動に何らかの異方性(載荷の方向によって異なる応答を示す性質)を示すことになる。さらに、液状化後のせん断･圧縮挙動は内部構造が異方的かつ脆弱になり、せん断抵抗を示さない領域が存在し、その定式化が必要である。本研究では、すでに提案している修正応力法と有効ひずみの考え方に基づき基本的定式化を検討し、液状化後のせん断抵抗を示さない領域の挙動の再現を試みる。

2. 砂の粒状体の異方性のメカニズム

砂の強度変形特性に影響を与える要素として、初期異方性と誘導異方性が混在していることはよく知られている。どちらも粒子の内部構造に起因するものであるために、それぞれを個別に評価することは難しい。さらに、液状化時のように大きなせん断を受けた砂は、その内部構造が異方的になるとともに、構造が脆弱になっており、その影響として、せん断応力―せん断ひずみ特性があるひずみ量までほとんど抵抗しないという特異な挙動を示す。

本論文では、上記の 2 つの異方性の他に、大きなせん断を受けた際の特殊な構造の発達(柱、力の鎖とも呼ばれる)に伴う間隙の異方的な発達に着目して、それらの影響を考慮するために、修正応力ばかりでなく、新たに提案する有効ひずみの考え方に基づく定式化を試みた。

3. 修正応力法に基づく異方性の表現[1)]

修正応力 $\boldsymbol{T}$は、材料の異方的な内部構造を構造テンソル $\boldsymbol{H}$ として表現したとき、$\boldsymbol{H}$ と応力 σ の等方関数として定義される。ここでは、表現方法にマトリックスを用いた場合、マトリックス積として定義される修正応力（$\boldsymbol{T} = (\boldsymbol{H}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{H})/2$）を利用している。修正応力（増分）とひずみ（増分）の関係については等方な関係を利用して、単に、修正応力を応力で表現することにより、その結果として、応力とひずみの異方的関係を表現する方法を修正応力法と呼んでいる。

この修正応力法のみでは、液状化後の特異な挙動の表現は難しいものと考え、幾つかの数学的拡張を試みた。

4. 構造マトリックスのべき乗を用いた表現

特に、液状化後のせん断挙動(無抵抗域の存在、流動状態)の再現を目的として、構造マトリックス$[\boldsymbol{H}]$のべき乗$[\boldsymbol{H}]^t$を用いて修正応力法を拡張することにより、極めてせん断力の発達の小さいせん断挙動の表現を試みた。

その結果、構造マトリックスのべき乗を考える方法では、弱い方向を弱くすることができるが、強い方向が非現実的に強くなる結果となってしまった。よって、他の方法による表現として、有効ひずみと観測ひずみの間に異方的な間隙分布の影響を考慮した関係式を与える方法を考えた。

5. 有効ひずみの概念の導入

有効ひずみとは、応力変化に寄与できるひずみと考える。すなわち、ひずみが大きくても、その方向の間隙が多く脆弱であれば、応力変化にはほとんど寄与せず、大きなせん断を受けて脆弱になった構造では、有効ひずみは観測されたひずみに比べて小さくなってしまう。図-1 に有効ひずみの概念を示す。a 方向については粒子が接触して力を伝える構造が発達しているため、全てのひずみ増分が有効である。これに対し、b 方向については粒子の接触点が少なく、空隙が多いため有効ひずみ増分は小さくなる。

このような考え方に基づいて、ここでは有効ひずみを次の 2 つの式で与えた。

両者の関係を等方関係だと仮定した場合の式は次式で与えられる。

$$d\varepsilon_{ij}{}^{*} = \alpha\, d\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + \beta d\varepsilon_{ij} \tag{1}$$

3 軸圧縮状態（構造、応力、ひずみの主軸が一致するとしている）を対象として式(1)を展開すると、次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1{}^{*} \\ d\varepsilon_3{}^{*} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha+\beta & 2\alpha \\ \alpha & 2\alpha+\beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} \tag{2}$$

一方、両者の関係を異方的と仮定した場合は、間隙の異方的分布を対象とする構造テンソル $\boldsymbol{L}$ を用いて、修正応力と同様に次式で定義する。

$$d\varepsilon_{ij}{}^{*} = (L_{ik}\, d\varepsilon_{kj} + d\varepsilon_{ik}L_{kj})/2 \tag{3}$$

式(3)を、上記 3 軸圧縮条件（構造、応力、ひずみの主軸が一致する）で展開すると、次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_1{}^{*} \\ d\varepsilon_3{}^{*} \end{Bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_3 \end{Bmatrix} \tag{4}$$

式(4)中の L_1, L_3 が異方性の情報を持っている。異方性が極端に強くなるとともに、構造の脆弱化の影響を表現するために β (スカラー量)を導入している。

6. 計算結果

式(2)と式(4)を用いて、これまでも利用してきた Li and Dafalias モデル[2)] に適用した計算結果を示す。なお、これらの計算結果では、正のダイレイタンシー（変相線）に到達した時点で、健全な構造に到達すると考え、有効ひずみと観測ひずみが等しくなるという判断をしている。計算例は、初期状態を $p=(\sigma_1+\sigma_3)/3=200$ kPa, $q=\sigma_1-\sigma_3=0$ としている。

図－2 は式(2)を用いた結果の例であり、構造の劣化度(パラメータの α, β で示される。その値が小さいほど劣化が大きい)が大きいほど、せん断力の発達が小さくなることが見られる。

図－3 は式(4)を用いた結果の例であり、同様の結果が見られる。以上より、式(2)、式(4)のいずれを用いても、液状化後のせん断挙動は、定性的に表現できることがわかる。

7. まとめ

修正応力と同等の数学的処理となる有効ひずみの考え方を用いて、液状化後の無抵抗領域を示す挙動の数学的表現方法について検討した。用いた数学は線形代数の変換だけであり、数学的表現はシンプルなものになっている。つまり、等方な構成モデルに、修正応力による変換マトリックス、有効ひずみによる変換マトリックスをマトリックス積の形で乗ずることにより、異方的な挙動が広範に表現できる可能性を示すことができた。しかし、これらの式と微視的構造との関係、様々なケースにおける適用性の検討は今後の課題である。

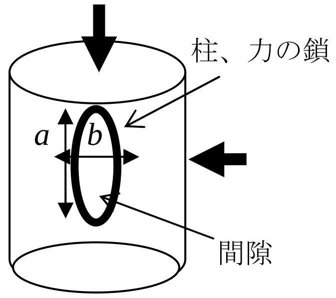
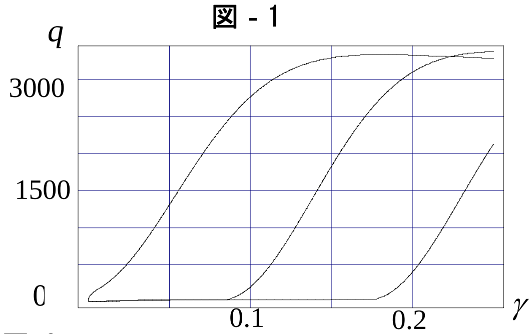
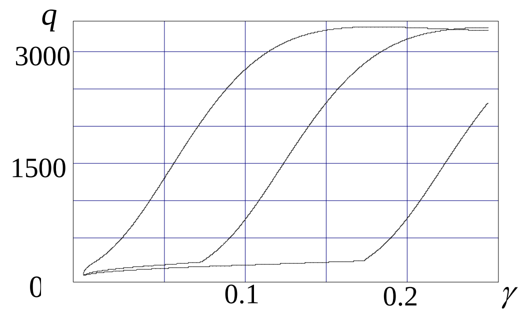


図 - 1



図−2 $(\alpha,\beta)=(0,1),(0.2,0.006),(0.09,0.0035)$



図−3 $(\beta, L_1, L_2)=(1,1,1),(0.13,1,0.1),(0.065,1,0.01)$

8. 参考文献

1） 飛田善雄，山口晶，藤井伸晃，金原瑞男(2003)：工学材料の異方的挙動の簡易な表現方法：修正応力法の地盤材料への適用，応用力学論文集 Vol.6.pp.407-418,

2） 飛田善雄，三塚保法，山口晶，吉田望(2008)：密度と拘束圧依存性を考慮した砂の構成モデルの検証　応用力学論文集　Vol.11.pp.411-422