

# 二層板有限帯板法による劣化した道路橋RC床版の走行応答解析

岩手大学工学部 正会員 ○出戸 秀明  
 同 上 正会員 岩崎 正二  
 同 上 春山 俊二  
 同 上 米田 敦

## 1. まえがき

積雪寒冷地の道路橋RC床版の損傷は、RC床版下面の疲労損傷に加えて床版上面コンクリートの砂利化などの損傷が同時に進行し、床版全面打ち替えにいたる事例が多く認められる。道路橋の健全度調査の中に、橋面上で大型車両を走行させて、橋梁の揺れ方の変化から劣化診断を行う方法がある。本論文では、それらの試験を想定して劣化したRC床版を二層板帯板要素でモデル化し、車両が一定速度で移動する問題をモード解析法を用いて動的応答解析を行い、床版劣化部の剛性変化などがRC床版の変形挙動にどのような影響を与えるかを検討する。

## 2. 解析理論

多層板有限帯板法による解析理論を示す。今回は例として三層板帯板要素を用いる。図-1に示す三層板帯板要素において、 $x, y, z$ 方向の変位を  $u, v, w$ 、たわみ角を  $\theta$  とし変位関数を次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned} u &= u^{(1)}u_r + u^{(2)}u_{r+1} & v &= v^{(1)}v_r + v^{(2)}v_{r+1} \\ w &= w^{(1)}w_r + w^{(2)}w_{r+1} + w^{(3)}w_{r+1} + w^{(4)}\theta_{r+1} \end{aligned} \right\} (1)$$

ここで、 $[u^{(1)}, u^{(2)}] = [v^{(1)}, v^{(2)}] = [1 - \eta, \eta]$   
 $[w^{(1)}, w^{(2)}, w^{(3)}, w^{(4)}]$   
 $= [1 - 3\eta^2 + 2\eta^3, b(\eta - 2\eta^2 + \eta^3), 3\eta^2 - 2\eta^3, b(\eta^3 - \eta^2)]$   
 $\eta = y/b$ 、サフィックス  $r, r+1$  はそれぞれ  $y=0, y=b$  点での境界物理量を表わす。

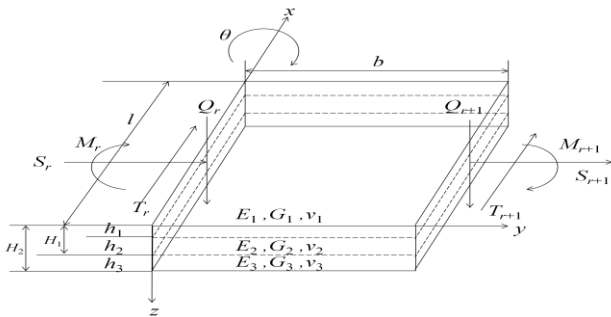


図-1 三層板帯板要素

$x, y, z$  軸方向の動的基礎微分方程式に式(1)の試験関数を用いてガラーキン法を適用すると、

キーワード：RC床版、二層板有限帯板法、走行応答解析

連絡先：〒020-8551 岩手県盛岡市上田4-3-5 岩手大学工学部 社会環境工学科 TEL.FAX : 019-621-6436

$$\int_0^b \left( \frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} - (\rho h)^* \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) u^{(i)} dy = 0 \quad (2)$$

$$\int_0^b \left( \frac{\partial S_y}{\partial y} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} - (\rho h)^* \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) v^{(i)} dy = 0 \quad (3) \quad (i=1,2)$$

$$\int_0^b \left( \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - (\rho h)^* \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) w^{(j)} dy = 0 \quad (4) \quad (j=1,2,3,4)$$

ここで、 $S_x, S_y$  は二次元応力問題における垂直力、 $T_{xy}$  はせん断力である。 $M_x, M_y$  は  $y$  軸、 $x$  軸まわりの曲げモーメント、 $M_{xy}$  はねじりモーメントである。 $\rho, h$  は板の単位体積質量、板厚を表わす。また、 $(\rho h)^*$  は  $\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \rho_3 h_3$  である。面内変形における応力-ひずみ関係式と面外変形における断面力と曲率の関係式は、

$$\left. \begin{aligned} S_x &= N^* \frac{\partial u}{\partial x} + N_u^* \frac{\partial v}{\partial y} \\ S_y &= N_u^* \frac{\partial u}{\partial x} + N^* \frac{\partial v}{\partial y} \\ T_{xy} &= (Gh)^* \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} (5) \quad \left. \begin{aligned} M_x &= - \left( K^* \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_u^* \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= - \left( K^* \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + K_u^* \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= (K_u^* - K^*) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} (6)$$

ここで、

$$N^* = \frac{E_1 h_1}{1 - \nu_1^2} + \frac{E_2 h_2}{1 - \nu_2^2} + \frac{E_3 h_3}{1 - \nu_3^2}, \quad N_u^* = \frac{E_1 h_1 \nu_1}{1 - \nu_1^2} + \frac{E_2 h_2 \nu_2}{1 - \nu_2^2} + \frac{E_3 h_3 \nu_3}{1 - \nu_3^2}$$

$$(Gh)^* = G_1 h_1 + G_2 h_2 + G_3 h_3$$

$$c = \frac{E_1 h_1^2}{2(1 - \nu_1^2)} + \frac{E_2 (H_1^2 - h_1^2)}{2(1 - \nu_2^2)} + \frac{E_3 (H_2^2 - H_1^2)}{2(1 - \nu_3^2)}$$

$$c_u = \frac{E_1 h_1^2 \nu_1}{2(1 - \nu_1^2)} + \frac{E_2 (H_1^2 - h_1^2) \nu_2}{2(1 - \nu_2^2)} + \frac{E_3 (H_2^2 - H_1^2) \nu_3}{2(1 - \nu_3^2)}$$

$$L_1 = \frac{cN^* - c_u N_u^*}{N^{*2} - N_u^{*2}}, \quad L_2 = \frac{c_u N^* - cN_u^*}{N^{*2} - N_u^{*2}}$$

$$K = \frac{E_1 h_1^3}{3(1 - \nu_1^2)} + \frac{E_2 (H_1^3 - h_1^3)}{3(1 - \nu_2^2)} + \frac{E_3 (H_2^3 - H_1^3)}{3(1 - \nu_3^2)}$$

$$K_u = \frac{E_1 h_1^3 \nu_1}{3(1 - \nu_1^2)} + \frac{E_2 (H_1^3 - h_1^3) \nu_2}{3(1 - \nu_2^2)} + \frac{E_3 (H_2^3 - H_1^3) \nu_3}{3(1 - \nu_3^2)}$$

$$K^* = K - cL_1 - c_u L_2, \quad K_u^* = K_u - c_u L_1 - cL_2$$

$E, G, \nu$  は弾性係数、せん断係数、ポアソン比を表わす。

式(5)を式(2)、(3)に、式(6)を式(4)に代入し、部分積分を施すと  $x$  に関して4階、 $t$  に関しては2階の線形連立微分方程式が得られる。式(2)から得られる方程式には  $\cos(m\pi/l)x$  を、また式(3)、(4)から得られる方程式には  $\sin(m\pi/l)x$  を乗じ、 $0 \leq x \leq l$  で有限フーリエ変換を施し、境界条件に留意して整理すると、次のような三層板帯板要素の動的の基本公式が求まる。

$$[K]\{\bar{S}_m[\delta]\} + [M]\frac{\partial^2}{\partial t^2}\{\bar{S}_m[\delta]\} = \{\bar{S}_m[f]\} \quad (7)$$

ここで、 $\{\bar{S}_m[\delta]\}$ 、 $\{\bar{S}_m[f]\}$  はそれぞれの接線変位ベクトル、接線断面力ベクトルの像関数である。 $[K]$ 、 $[M]$  は剛性マトリックス、質量マトリックスを表わすが、要素内容については省略する。式(7)を用いて構造物全体の動的の基本公式を求め、モード解析法により走行応答解析を行う。

### 3. 解析結果と考察

図-2 はコンクリート版を劣化した部分と健全な部分に分けてモデル化した四辺単純支持二層版構造物である。中央接線上を集中荷重  $P$  が速度  $V_p$  で走行すると想定し、要素を10分割して計算を行った。床版の上部が砂利化し、劣化が進展していくことを想定し、二層目のヤング係数を一定とし、一層目のヤング係数を徐々に減少させ計算を行った。数値計算に用いた値は以下の通りである。

$$E_2 = 3.0 \times 10^7 \text{ KN/m}^2, E_1 E_2 = 1/2, 1/5, 1/10, 1/30, 1/50, 1/100, 0$$

$$v_1, v_2 = 0.167, \rho_1, \rho_2 = 2.448 \text{ KN} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^4$$

$$h_1/H = 5/18, H = 0.18\text{m}, b = 6\text{m}, l = 18.17\text{m}, P = 1\text{tf}, V_p = 10\text{m/s}$$

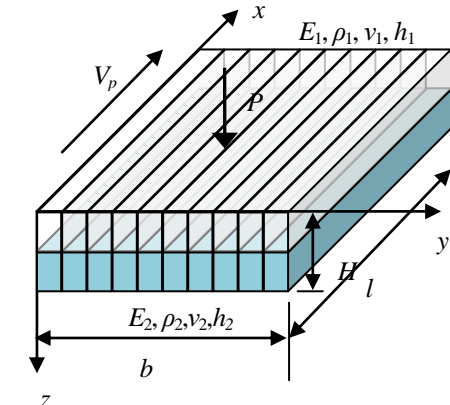


図-2 四辺単純支持二層版構造物

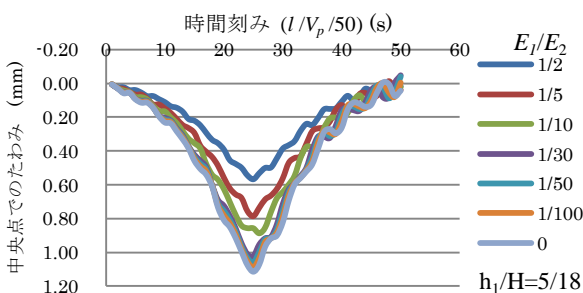


図-3 一層目の材料特性の変化による床版中央点でのたわみ応答曲線

図-3 は一層目のヤング係数を変化させた場合の床版中央点のたわみ応答曲線を表わしている。 $E_1/E_2 = 1/30$  以上低下すると一層目が無い床版と同じような挙動を示すようである。図-4 は、図-2 のモデルにアスファルト舗装を載せた三層版モデルである。数値計算に用いた値は以下の通りである。

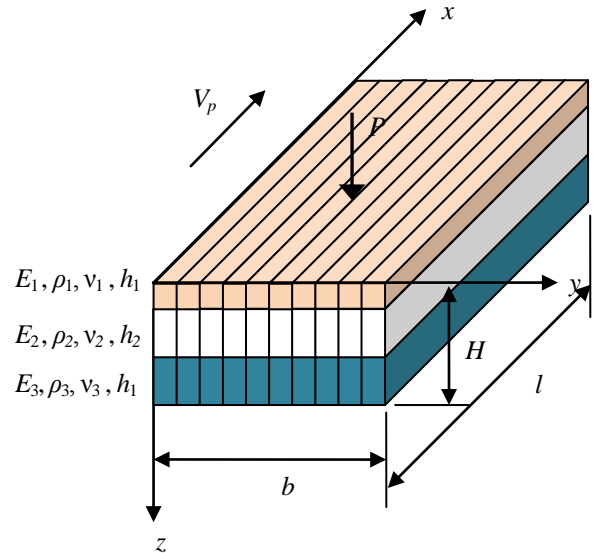


図-4 四辺単純支持三層版構造物

$$E_1 = 3.0 \times 10^6 \text{ KN/m}^2, E_3 = 3.0 \times 10^7 \text{ KN/m}^2$$

$$E_2 E_3 = 1/2, 1/5, 1/10, 1/30, 1/50, 1/100, 0$$

$$v_1 = 0.35, v_2, v_3 = 0.167, P = 1\text{tf}, V_p = 10\text{m/s}$$

$$\rho_1 = 2.3 \text{ KN} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^4, \rho_2, \rho_3 = 2.448 \text{ KN} \cdot \text{sec}^2/\text{m}^4$$

$$h_1 = 0.05\text{m}, h_2 / (h_2 + h_3) = 5/18, H = 0.23\text{m}, b = 6\text{m}, l = 18.17\text{m}$$

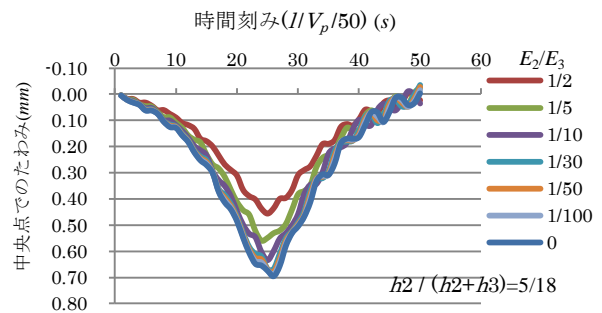


図-5 二層目の材料特性の変化による床版中央点でのたわみ応答曲線

図-5 は床版中央点のたわみ応答曲線である。アスファルトが有る場合の方が無い場合に比べ25%~40%たわみが減少していることが分かる。

### 4. まとめ

劣化した RC 床版を二層版あるいは三層板帯板要素でモデル化し、モード解析法を用いて車両走行応答解析を行い、劣化部の剛性変化が RC 床版の動的変形挙動にどのような影響を与えるかを明らかにした。