

接触の非線形挙動を再現可能な平均化はり要素の構築

東北大学工学部	○学生員	井上	大資
東北大学大学院工学研究科	正員	斉木	功
東北大学大学院工学研究科	学正員	菊地	浩貴
東北大学大学院工学研究科	正員	山田	真幸
東北大学大学院工学研究科	正員	岩熊	哲夫

1. まえがき

近年、複合構造物において有限要素解析による直接的な性能照査設計の可能性が議論されている．そのためには、付着や摩擦が生じる異種材料界面の適切なモデル化と、ずれ止め等の一体化のための複雑な微視構造のモデル化が重要である．しかしながら、それらを陽に組み込んだ有限要素モデルによる構造物全体の非線形解析は、計算機の発達した現代でも現実的ではない．一方、複合材料の微視構造の力学特性を平均的に評価する手法が提案されている．その中で、微視構造の陽なモデルの特性を数値的に平均化することができる均質化法により、梁や板といった構造部材の平均化が試みられている^{1),2)}．しかしながら、梁や板の平均的なせん断剛性の評価は、適切な周期境界条件が見出されていなかった．そこで、本報告では平均的なせん断剛性の評価が可能な周期境界条件の提案を行う．

2. 2次元梁の周期境界条件

微視構造を表す空間の直交座標を y とし、有限要素によって離散化された梁の微視構造を、周期 r の1次元周期構造とする．曲率 ϕ の曲げ変形に対する周期境界条件は、対応する周期境界の節点ペアの曲げに起因する相対変位の拘束条件

$$g_b := u_1^i - u_1^d - y_2^i \phi |r| = 0 \quad (1)$$

として表される．ここに、 u_1 は節点の水平 (y_1) 方向変位であり、 y_2^i は対応する節点の y_2 方向座標、上付きの i および d は図-1 に示すように周期境界の節点ペアのそれぞれ独立・従属な節点を意味する．同様に、せん断ひずみ γ に対する周期境界条件は、鉛直 (y_2) 方向変位 u_2 の相対量の拘束は

$$g_s := u_2^i - u_2^d - \gamma |r| = 0 \quad (2)$$

として規定できる．

しかしながら、上記2組のみの拘束では、剛体回転を拘束しないので、例えば $\phi = 0$ 、 $\gamma \neq 0$ のときの微視構造は図-2 に示すように変形せずに剛体回転してしまう．そこで、微視構造の周期境界面の回転 θ^i 、 θ^d に関して

$$g_r := \frac{1}{2}(\theta^i + \theta^d) = 0 \quad (3)$$

により剛体回転の拘束を実現する．以下、境界面の回転を節点変位で表すことを考える．境界面の回転を境界面上の節点から回帰される最小二乗近似直線の傾きとすれば、境界面の回転は

$$\theta^i = \frac{n_p \sum_{j \in i} w_1^j y_2^j - G \sum_{j \in i} u_1^j}{n_p I - G^2} \quad (4)$$

により決定される (d についても同様)．ここに、 n_p は周期境界上の節点数、 $\sum_{j \in i}$ は周期境界 i に属する節点に関する和、 G は $G = \sum_{j \in i} y_2^j$ 、 I は $I = \sum_{j \in i} (y_2^j)^2$ である．断面の回転が節点変位で表現できたので、回転の拘束条件を Lagrange 未定定数法により、つり合い式に加えて考慮する．停留させる汎関数を

$$\Pi_L = \Pi + \tilde{M} g_r \quad (5)$$

Key Words: 均質化法, 周期境界, 構造要素, せん断

〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06 東北大学大学院工学研究科土木工学専攻 構造強度学研究室

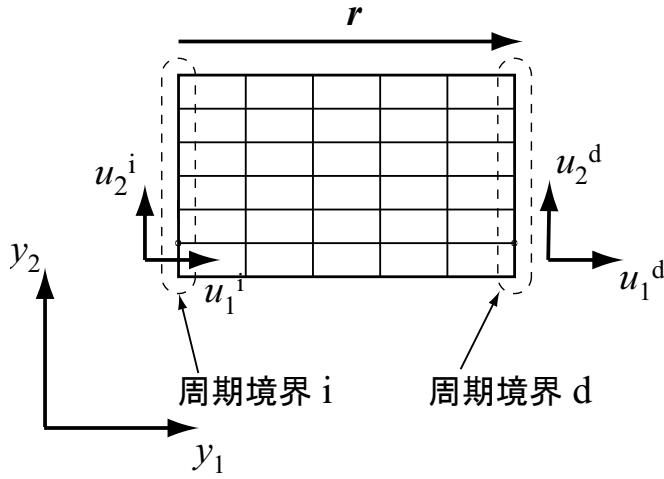


図-1 梁の微視構造における周期境界

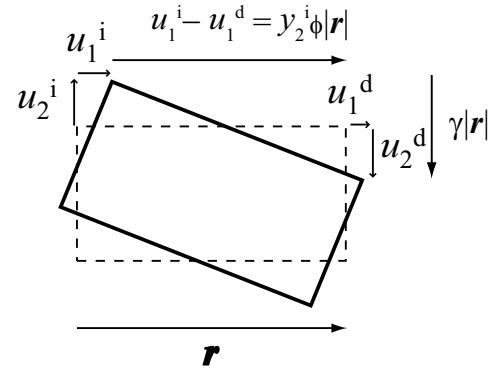


図-2 相対変位のみを考慮した場合の梁の微視構造

と定義する．ここに， Π は系の全ポテンシャルエネルギー， $\tilde{M}$ は Lagrange 未定定数であり，せん断に起因する曲げモーメントに等しい．上記の汎関数の停留条件から得られる剛性方程式は

$$\mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{f} + \tilde{M} \frac{\partial(\theta^i + \theta^d)}{2\partial\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (6)$$

および式 (3) となる．ここに，

$$\frac{\partial(\theta^i + \theta^d)}{2\partial u_i^j} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \frac{n_p u_1^j - G}{n_p I - G^2} & (j \in i \text{ or } j \in d) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (7)$$

である．式 (6) に加えて，文献¹⁾で述べられた方法により相対変位の拘束条件 (1)，(2) を考慮することで解を得る．

参考文献

- 1) 齊木 功，大植 健，中島章典，寺田賢二郎：構造要素を用いたマイクロモデルによるマルチスケールモデリングとそのセル構造体への適用，日本計算工学会論文集，Vol.4，pp.139-144，2002．
- 2) 齊木 功，本田宏孝，岩熊哲夫，中島章典：一般化収束論による平板構造に対する非線形均質化理論の適用 土木学会応用力学論文集，Vol.9，pp.203-210，2006．