

岩盤不連続面に対する摩擦接触解析の適用と考察

東北大学 学生会員 ○加藤 雅一
正会員 京谷 孝史

1. はじめに

岩盤にはさまざまなスケールの不連続面が存在し、岩盤全体の変形強度特性は不連続面に支配されている．そのような不連続面が岩盤全体の力学的特性に大きく影響を及ぼす現象として不連続面の摩擦滑り挙動が挙げられる．本研究ではこのような岩盤不連続面の摩擦接触問題に対して定式化および数値解析手法の開発を行い、せん断応力の軟化挙動を再現できる摩擦履歴に依存した摩擦モデルを提案する．

2. 弾塑性論を応用した摩擦構成則による定式化

本研究では摩擦構成則として、クーロン摩擦則を弾塑性論に基づき発展させたモデルを用いた．このモデルでは接触面にはたらく接線方向接触力 f_t と接線方向相対変位 v_t が弾塑性の関係にあるとして、クーロン摩擦則に従い、降伏関数 Φ を次式のように定める．

$$\Phi(f_t, \mu, f_1) = |f_t| + \mu f_1 = \sqrt{f_2^2 + f_3^2} + \mu f_1 \quad (1)$$

ここで μ は静止摩擦係数、 f_1 は接触面に働く法線方向の接触力の大きさである．上式の設定に伴い、 f_t が弾性域にある場合、つまり $\Phi < 0$ の時の接触点の状態を弾性変形状態、逆に塑性域にあり $\Phi = 0$ の時の接触点の状態を不可逆変形状態と呼ぶことにする．弾性変形状態では f_t と u_t の関係が以下のように線形で与えられる．

$$\dot{f}_t = E_f v_t^e = E_f (v_t - v_t^s) \quad (2)$$

ここで E_f は弾性域における弾性係数、 v_t^e は弾性の接線方向相対速度、 v_t^s は不可逆の接線方向相対速度、 v はトータルの接線方向相対速度である．

降伏関数が $\Phi = 0$ となると、不可逆性の接線方向相対速度 v_t^s が発生し始める．このとき v_t^s は流れ則に従って以下のように表される．

$$v_t^s = \dot{\lambda} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial f_t} \right) \quad (3)$$

ここで $\dot{\lambda}$ はスカラーの定数である．

さらに $n = f_t / \|f_t\|$ とすると、適合条件式 $\dot{\Phi} = 0$ より以下の式が成り立つ．

$$\dot{\Phi}(f_1, f_2, f_3, \mu) = n \cdot \dot{f}_t + \dot{\mu} f_1 + \mu \dot{f}_1 = 0 \quad (4)$$

次に摩擦係数 μ をモデル化することを考える．そのためにまず非弾性相対速度の大きさ $|v_t^s|$ の関数 $\dot{v}_t^P$ を以下のよ

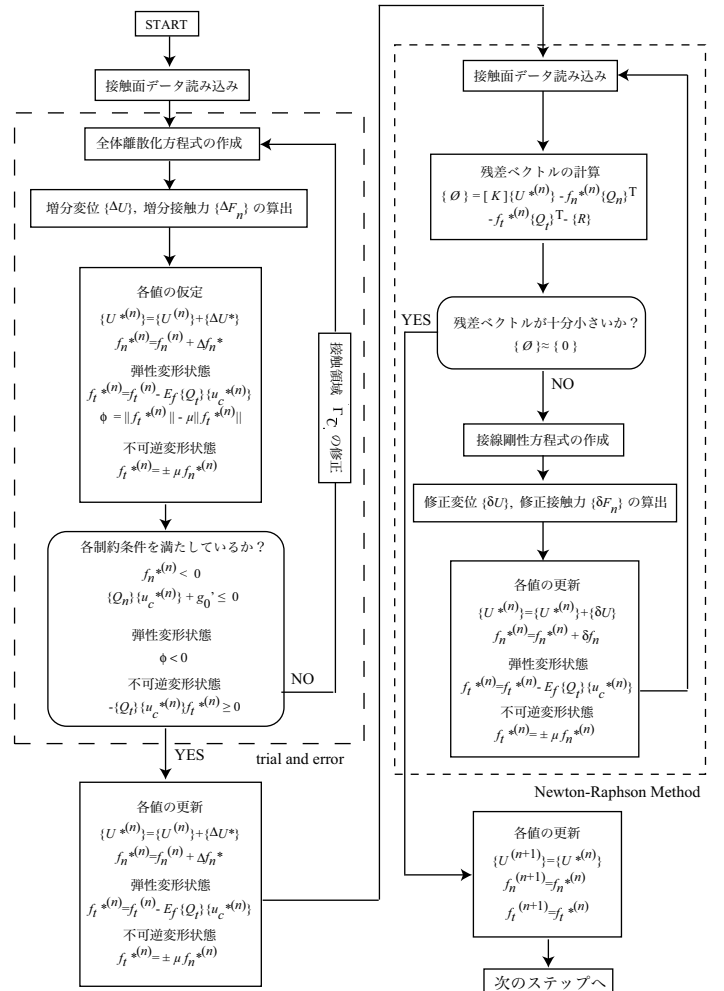


図-1 全体の解析アルゴリズム

うに定義する．

$$\dot{v}_t^P = \alpha |v_t^s| \quad (5)$$

ここで α はスカラーの定数である．

摩擦係数 μ はこの $\dot{v}_t^P$ の時間積分値 v_t^P の関数であると定義する．すなわち $\dot{\mu}$ は $\dot{v}_t^P$ の関数であり、以下のように定義される．

$$\dot{\mu} = \left(\frac{d\mu}{dv_t^P} \right) \dot{v}_t^P = \left(\frac{d\mu}{dv_t^P} \right) \alpha |v_t^s| = \mu' \alpha \dot{\lambda} \quad (6)$$

ここで $\mu' = d\mu/dv_t^P$ である．

また式 (3) を式 (2) に代入すると以下ようになる．

$$\dot{f}_t = E_f (v_t - \dot{\lambda} n) \quad (7)$$

上式と適合条件式 (4) より $\dot{\lambda}$ が以下のように求められる．

$$\dot{\lambda} = \frac{E_f n \cdot v_t + \mu \dot{f}_1}{E_f n \cdot n - \mu' \alpha f_1} \quad (8)$$

さらに $\dot{\lambda}$ を式 (7) に戻すと、最終的に以下のように不可逆変形状態における $\dot{f}_t$ と v_t の関係が求められる。

$$\dot{f}_t = E_f \left(\mathbf{I} - \frac{E_f \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}}{E_f - \mu' \alpha f_1} \right) v_t - \frac{E_f \mu \dot{f}_1}{E_f - \mu' \alpha f_1} \mathbf{n} \quad (9)$$

上式において $\dot{\mu} = 0$ とすると、以下ようになる。

$$\dot{f}_t = E_f (\mathbf{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) v_t - \mu \dot{f}_1 \mathbf{n} \quad (10)$$

本研究では正しい接触状態を求める解析過程では摩擦係数 μ は一定であるとし、式 (10) を有限要素離散化して全体離散化方程式に摩擦構成則として組み込んでいる。

3. 解析アルゴリズム

図 1 に本研究で開発した摩擦接触解析手法のアルゴリズムを示す。解析には大きく分けて摩擦構成則、増分形に対する仮想仕事式および接触条件を考慮して接触状態を求める部分と、変形全体のエネルギー収支を考慮して求めた変位および接触力を修正する部分に分けられる。接触状態を求める部分では、あらかじめ接触面の接触状態を仮定し、その仮定に基づいて離散化方程式を組み立て解を求める。そして求めた解が接触条件を満たしているかチェックし、満たしていないのならば接触状態の仮定を変えて同じことを繰り返す。求めた解が接触条件を満たしているならその解が真の解であり、その時の接触状態が正しい接触状態になる。このように離散化方程式を解いては接触条件をチェックし、それを繰り返すことで解を求める (このような方法を trial and error という)。また求めた解を修正する部分ではトータルの変形において内力による仕事と外力による仕事の差 (残差) を求め、Newton-Raphson 法を用いることにより trial and error で求めた解の修正量を求めている。

4. 摩擦履歴を考慮した摩擦モデルの提案

本研究では岩盤不連続面のせん断変位挙動における軟化を再現するために、以下に示すような静止摩擦係数 μ が低減するモデルを提案した。

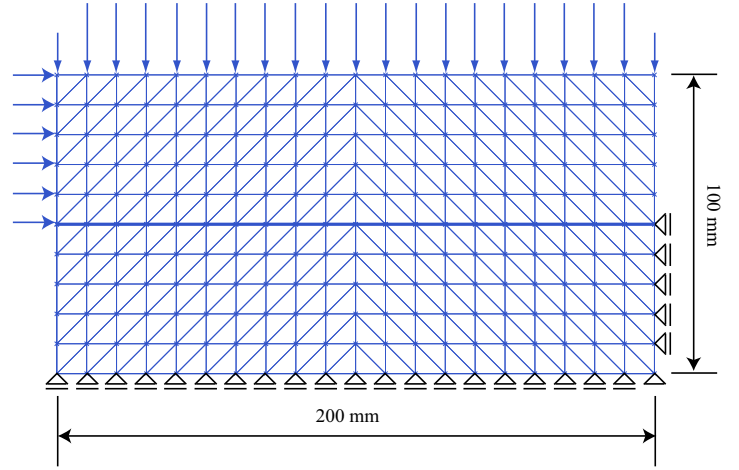
$$\mu = \mu_0 \exp(-\alpha WP) + \mu_{res} \quad (11)$$

ここで μ_0 せん断応力がピークになる時の摩擦係数から残留強度における摩擦係数を引いた値、 μ_{res} は残留せん断応力時の摩擦係数を表している。また、 WP は接線方向接触力の塑性仕事を表しており、下式で与えられる。

$$WP = \|\mathbf{f}_t \cdot \mathbf{u}_t^s\| \quad (12)$$

ここで $\mathbf{u}_t^s$ は非可逆性の塑性変位を表している。

また式 (11) 中の α はコントロールパラメータであり、この α を変えることにより軟化挙動を大きく変化させること



要素数	400
Young率	20 GPa
Poisson比	0.2
Ef	10^8 N/mm

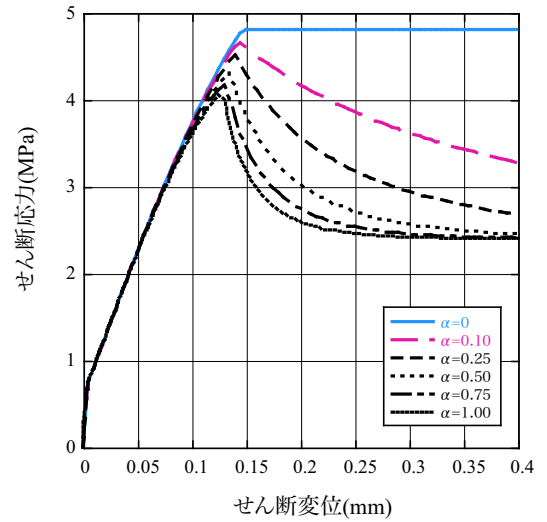


図-2 解析モデルと α の違いによる軟化挙動の変化

ができる。図 2 解析モデルと α を変えた時の軟化挙動の変化を示す。直接せん断試験より求められるせん断応力-せん断変位関係からせん断応力がピークになった後の面積を読み取り、塑性仕事 WP と摩擦係数 μ の関係を式 (11) に代入することで α は簡単に求められる。

このように直接せん断試験結果を用いてパラメータ α を求めることにより、図 2 に示すような単純なモデルで不連続面のラフネスによって引き起こされる複雑なせん断挙動を数値解析上で再現することが可能になる。

5. おわりに

本研究では弾塑性論を応用した摩擦構成則を用いて摩擦接触問題の定式化を行い、それをもとに摩擦接触解析が行える解析手法を開発した。さらにその手法を用いて摩擦履歴を考慮した新しい摩擦モデルを提案した。