

# 状態変数を考慮した不飽和土の弾塑性モデル

東北学院大学工学部環境建設工学科 (学) 田中 秀樹, 平 幸泰  
東北学院大学工学部環境建設工学科 (正) 飛田 善雄, (正) 山口 晶

## はじめに

不飽和土は, その間隙が水で満たされた飽和土と比較して複雑な変形・破壊挙動を示す。土骨格の変形挙動が土内部の水の分布とその形態に大きく依存し, さらに土骨格の変形挙動が, 土内部の水の分布とその形態に大きく影響を与える。

本研究では Chiu & Ng(2003)の不飽和土に対するモデルを研究対象として取り上げ, サクシオンを外部変数と同時に内部変数としても捉え, サクシオンが応力・ひずみ関係および飽和コラプス挙動に及ぼす影響について計算した結果を報告する。

## Chiu & Ng(2003)モデルの特徴

Chiu & Ng(2003)は, Li & Dafalias(2002)による砂の変形挙動を対象としたモデルを不飽和土の挙動に応用したモデルと考えることができる。Li & Dafalias モデルの主な特徴は, 状態変数 $\psi$ を用いて, 応力 - ひずみ曲線の密度・拘束圧依存性などの表現を可能としていることである。状態変数 $\psi$ は, せん断の最終状態である限界状態の間隙比 $e_c$ と有効拘束圧の一意性を仮定し, その時点での間隙比 $e$ との差として,  $\psi = e - e_c$ で定義される。

Chiu & Ng モデルは, せん断変形についてはほぼ Li & Dafalias モデルを踏襲し, 圧縮変形については, 比体積 $v$ と有効応力 $p'$ の関係を次式で与えて定式化している。

$$v = N(s) - \lambda(s) \ln(p'/p_a) \quad (1)$$

ここに,  $s$  はサクシオンであり, サクシオンが圧縮挙動に影響を与えることを意味している。

## 不飽和土に対する定式化の概要

不飽和土の応力状態を表現する量としては, 次式で定義されるネット応力とサクシオンを用いる。

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}; s = u_a - u_w \quad (2)$$

ここに,  $u_a$  は空気間隙圧であり,  $u_w$  は間隙水圧

である。 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタである。

3軸圧縮状態を対象とした場合の応力パラメータは次式で定義する。

$$p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3 - u_a; q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (3)$$

式(3)の応力パラメータに対応するひずみ増分は次式で定義される。

$$d\epsilon_v = d\epsilon_1 + 2d\epsilon_3; d\gamma = 2(d\epsilon_1 - d\epsilon_3)/3 \quad (4)$$

ひずみ増分は, 弾性(e), せん断塑性(p,s), 圧縮塑性(p,c)によるひずみ増分の和として与えられる。

$$d\epsilon_v = d\epsilon_v^e + d\epsilon_{v(s)}^p + d\epsilon_{v(c)}^p \quad (5)$$
$$d\gamma = d\gamma^{(e)} + d\gamma_{(s)}^p + d\gamma_{(c)}^p$$

せん断および圧縮に対する降伏条件はそれぞれ次式で与えられる。

$$f_s = q - \eta_y [p + (\mu(s)/M(s))]; f_c = p - p_0(s) \quad (6)$$

ここに,  $M(s)$  は限界状態の応力比である。

せん断時の塑性の体積ひずみ増分を決定するダイレイタンシー係数は, 不飽和土の場合には, サクシオンの関数として次式で定義される。

$$d_{(s)} = (d\epsilon_{v(s)}^p / d\gamma_{(s)}^p) = d_{1(s)} (e^{m(s)\psi(s)} - (\eta/M(s))) \quad (7)$$

せん断時の塑性係数は, 次式で与えられる。

$$K_{p(s)} = h(s)G \left( (M(s)/\eta) - e^{n(s)\psi(s)} \right) \quad (8)$$

圧縮時, すなわち応力比 $\eta_y$ が一定のときの変形挙動についても同様の定式化がなされている。

サクシオンの作用による圧縮降伏曲面の拡大を示す式(6)の $p_0(s)$ は, 等方圧縮時の関係を用いて, 次式で定義される。

$$p_0(s) = p_a e^{\left[ \frac{\{(\lambda(0)-\kappa) \ln(p(0)/p_a) + N_c(s) - N_c(0)\}}{\lambda(s)-\kappa} \right]} \quad (9)$$

以上, 計算に用いた不飽和土に対する弾塑性構成モデルの主要な部分を記載したが, 実際の計算においては, 弾性や $M(s)$ のサクシオン依存性を無視するなどの簡略化を行っている。計算に用いたパラメータは, Chiu & Ng(2003)に掲載されているものを基本としている。以下, 簡単な経路での計算結果について記述する。

### 簡単な経路での計算結果の例

3軸圧縮試験を対象として、せん断応力・ひずみ関係、応力比 ( $\eta = q/p'$ )・せん断ひずみ関係を示す。計算に用いた条件は、ネット応力による拘束圧を200kPaとし、サクシオンを変化させ、 $s = 0, 20\text{kPa}, 40\text{kPa}$  の状態でせん断したときの計算結果を図 1, 図 2 に示す。サクシオンが大きくなるほど、剛性の高い挙動を示し、サクシオンが大きくなると、その効果は小さくなる挙動が表現されている。この計算結果は実験事実とほぼ一致する挙動である。

不飽和土の特徴は、湿潤過程における大きな体積圧縮挙動である。ここで検討したモデルでは、式(9)で定義された圧縮に対する降伏曲面を越えることにより、塑性体積圧縮すなわち飽和コラプスが表現される。図 3 は、50kPa で飽和圧密された供試体が200kPa のサクシオンを受け、その後ネット平均応力  $p = 100, 200\text{kPa}, 300\text{kPa}$  の拘束圧を受け、サクシオンを低下させたときの計算結果を示している。サクシオン低下の当初は弾性的に膨張(体積ひずみが負)しているが、降伏曲面に到達することにより、飽和コラプス(体積圧縮)が生じている様子が再現されている。この結果は実験事実とは異なった結果であるが、飽和コラプスの表現の可能性は示されたと考えている。

### まとめ

不飽和土の構成モデルを検討するために、砂の挙動をよく表現する Li & Dafalias モデルに基礎を置く Chiu & Ng モデルを対象として、その基本的な経路における挙動を検討した。今後、不飽和土のモデル化について検討していきたい。

### 参考文献

- 1) 地盤工学会 (2009): 不飽和土力学のレビュー, 土の弾塑性構成モデル, 地盤工学会, 付録
- 2) Li, X.S and Dafalias, Y.F. (2002), Geotechnique 50, No.4, 449 - 460
- 3) Chiu C.F. and Ng C.W.W. (2003): Geotechnique, 53, No9, 809-829

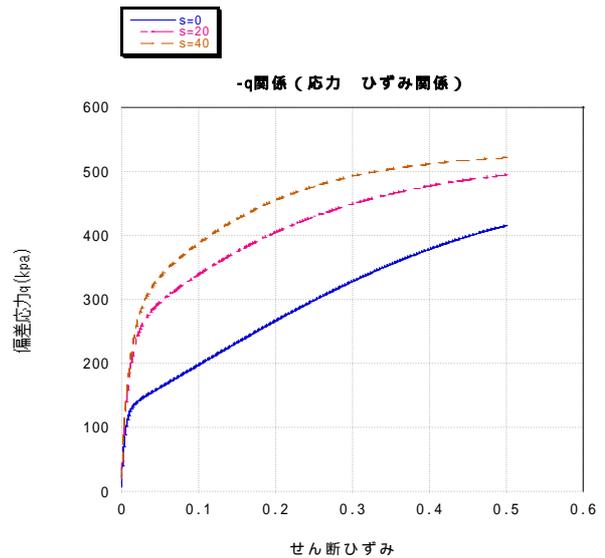


図-1 せん断応力-せん断ひずみ関係

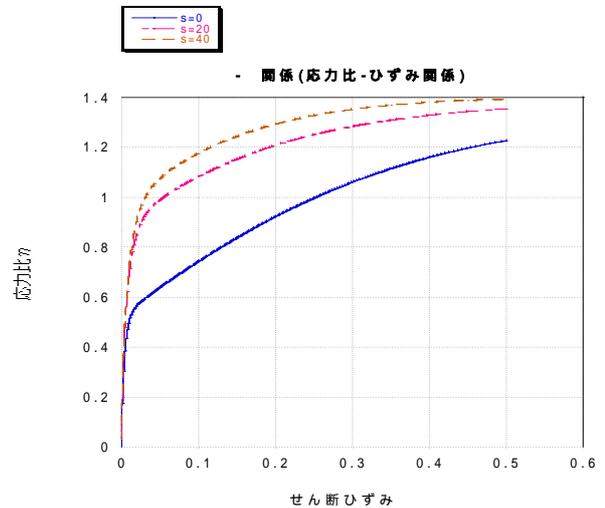


図-2 応力比-せん断ひずみ関係

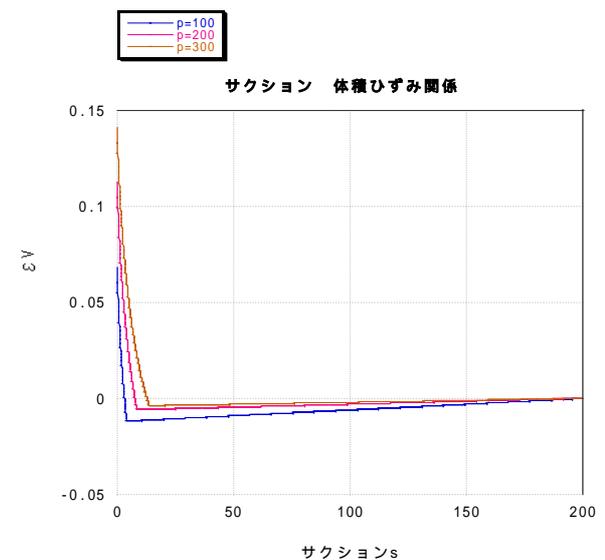


図-3 サクシオン 体積ひずみ関係