

下負荷面 Cam-clay モデルを用いた砂の直方体供試体の有限要素弾塑性分岐解析

東北大学 学生会員 ○山口洋介
 東北大学 学生会員 中市翔也
 東北大学 正会員 山川優樹
 東北大学 正会員 池田清宏

1. 序論

地盤材料の強度試験における変形挙動は、様々な局所変形モードを示し、この現象は弾塑性分岐に強く支配されていることが明らかになりつつある。土圧や支持力などの地盤の安定問題全般に深く関与するこの種の分岐のメカニズムの解明が必要とされている。新たな試験法のひとつとして、三主応力制御試験（真三軸試験）が開発されている。これは直方体の供試体に対して固定された主軸方向の3主応力を独立に制御するものである。Desrues et al.¹⁾は供試体周囲を剛板で拘束する装置（ここでは変位拘束型試験と称する）を用いてこの試験を行い、局所変形モード（simple/double mechanism など）の発生を確認している（図-1 参照）。

本研究ではこの試験を模した弾塑性分岐解析を行い、局所化の発生が供試体の不均一さや拘束板との摩擦等によるものではなく、均質材料の分岐現象に起因するものであることを示す。併せて、一般的な水圧による側方拘束（ここでは応力拘束型試験と称する）の場合との分岐挙動の違いについても考察を行う。

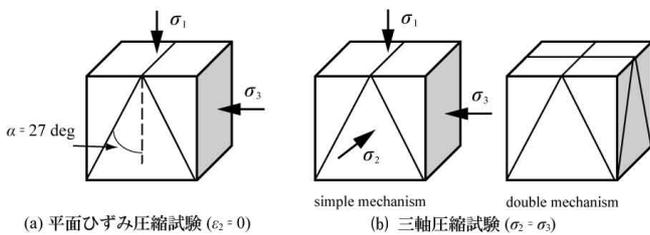


図-1 変位拘束型試験¹⁾によって確認されたせん断帯

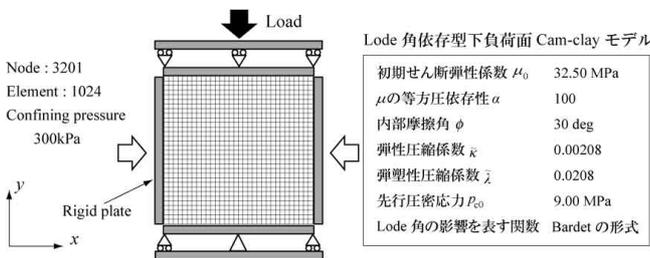


図-2 有限要素解析モデル

2. J. Desrues (Laboratoire 3S) の実験

本研究では、文献¹⁾の変位拘束型平面ひずみ圧縮試験の実験条件を参照して解析を行った。実験は、供試体周囲6

面を剛板で取り囲み、分岐後も側方変位が均一になるようにしている。奥行き方向変位も拘束しており ($\varepsilon_2 = 0$) 実質的には平面ひずみ試験であるが、剛板反力として中間主応力が計測されている。供試体の初期寸法は $0.1\text{m} \times 0.1\text{m} \times 0.1\text{m}$ 、飽和・排水条件、有効拘束圧 $\sigma'_3 = 300\text{kPa}$ である。変形局所化現象によって最終的に形成されたせん断帯の模式図を図-1 (a) に示す。変形局所化は軸ひずみ $\varepsilon_a := -\ln(H/H_0) = 0.03 \sim 0.05$ の間で発生したと報告されている。同図 (b) には、この試験機を用いて三軸圧縮試験 ($\sigma_2 = \sigma_3$) を行った際に観察された局所化モードを示す。

3. 変位拘束型平面ひずみ試験の数値分岐解析

対象実験の数値シミュレーションを行い、実験挙動との比較及び供試体の分岐挙動について考察する。解析に用いた有限要素解析モデルと Lode 角依存型下負荷面 Cam-clay モデル²⁾の材料定数を図-2 に示す。有限要素は8節点2次アイソパラメトリック要素を用いた。構成式応答が実験曲線のピーク応力付近までをフィッティングするように材料定数を定めた。実験と同様に初期等方拘束圧 300kPa を作用させた。分岐解析は非対称な接線剛性行列の固有値解析を行うことができる LDU 分解³⁾を用いて行った。なお、 LDU 分解では右固有ベクトルと左固有ベクトルが求まるが次節以降、分岐モードは分岐経路切り替えに必要な右固有ベクトルを示す。

(1) 釣り合い経路と分岐モード

図-3 上段に数値分岐解析により求められた基本経路と第1分岐点から第6分岐点に対応する分岐経路を実線で、実験曲線を破線で示し、同図下段に分岐モードと分岐直後のせん断ひずみ分布を示す。基本経路は一樣変形状態の構成式応答に等しい。実験結果の体積変化は負から正のダイレイタンスに転じ、また応力は硬化から軟化に転じており、密詰め砂供試体の典型的な応答である膨張応答を示している。分岐点 (a) - (f) に対応する分岐経路は (A) - (F) である。分岐モードは対称あるいは非対称な拡散型分岐モードであり、側方境界は剛板で拘束されているため、分岐モードおよび変形モードは供試体の初期の輪郭（長方形）を崩さずに供試体内部だけが変形しようとする解が表れている。分岐後、荷重は急激に低下し、一樣変形状態（基本経路）に比べ破壊の進行がはやく、体積変化は緩やかに定常状態に向かう。さらに大変形まで解析を行うと分岐後も最終的に基本経路とほぼ同一の残留値に収束していく傾向がある。この挙動は、本

構成モデルの基本概念である限界状態に相当するが、基本経路は当然のことながら分岐経路もこれと同様の挙動を示していることは興味深い。つまり、本構成式を用いて各種解析を行う際、分岐した供試体の巨視的応答によって限界応力比 M の同定を行うことが可能であることを示唆している。

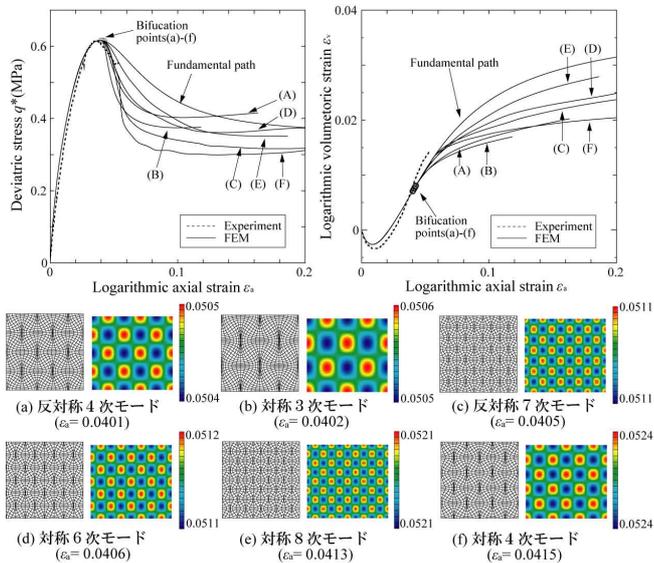


図-3 釣り合い経路と分岐モード（変位拘束型境界）

(2) 分岐後の変形挙動

図-3に示した分岐モード (f) に対応する分岐経路 (F) 上の分岐直後からの変形挙動の推移を図-4に示す。分岐直後に周期的に配置している斑模様のせん断ひずみに沿ってせん断ひずみ局所化領域が形成されているが、 $\varepsilon_a = 0.0562$ 付近で隣接した平行な帯状のせん断ひずみ局所化領域間を結ぶような形でこれまでとは異なる角度の新しい断帯が形成されており、最終的に鋭いV字のせん断帯が形成されている。この変形局所化パターンは図-1 (a) に示す実験結果と一致する。変形後のせん断帯の角度 $\alpha = 32.11 \text{ deg}$ であり、実験に比べ変形が進行した段階において局所化したため、実験によって確認されたせん断帯の角度より大きくなった。

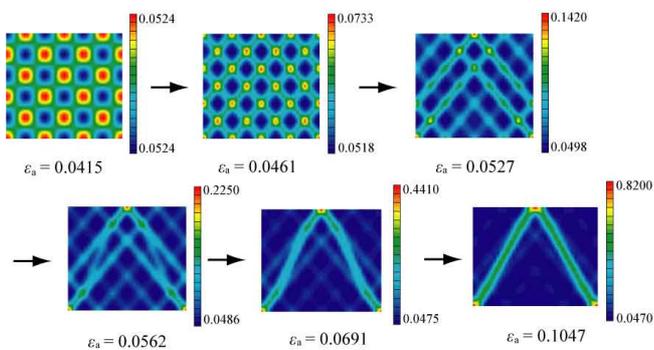


図-4 分岐経路 (F) の分岐後の破壊形態

4. 側方境界条件の検討

側方境界に応力拘束型を適用した解析を行い、側方拘束条件以外の解析条件は前節と同様である。剛板が分岐

挙動にもたらす影響について考察する。

(1) 釣り合い経路と分岐モード（応力拘束型境界）

応力拘束型においても一様変形状態ならば側方剛板の影響はないため変位拘束型と基本経路は一致する。図-5上段に数値分岐解析より求められた釣り合い経路を示す。分岐点 (a') - (f') に対応する分岐経路は (A') - (F') である。下段に分岐モードと分岐直後のせん断ひずみ分布を示す。分岐点 (d') は分岐直後に解が発散したため分岐経路を追跡することができなかった。

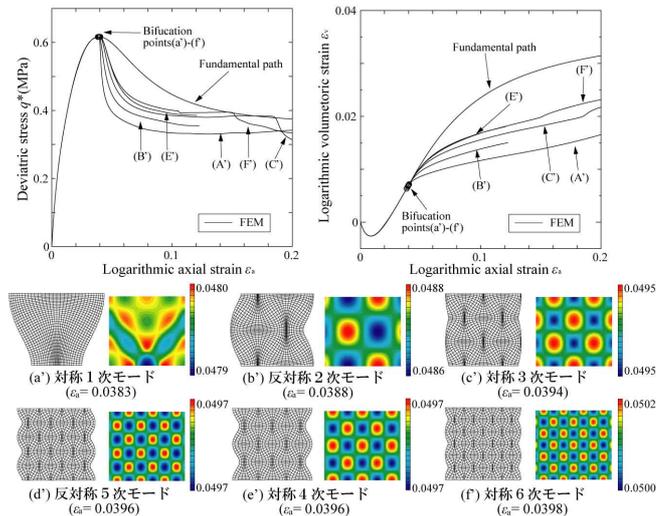


図-5 釣り合い経路と分岐モード（応力拘束型境界）

(2) 側方境界条件の影響の比較

変位拘束型ではピーク後わずかではあるが一様変形状態を保ち、 $\varepsilon_a = 0.0401$ で分岐点が発生し始めている。応力拘束型では $\varepsilon_a = 0.0383$ において、ピークとほぼ同時に分岐点が発生し始めている。この分岐発生の違いはまさに側方境界条件に起因するものである。次に、両境界条件における分岐後の挙動に着目する。残留状態に至るまでの応力の挙動を見ると、変位拘束型では分岐経路ごとのばらつきが大きいのに対し、応力拘束型では分岐後の応力低下の過程はいずれの分岐経路においても類似性がある。体積変化に関しては変位拘束型と比べて、応力拘束型では分岐経路が基本経路と大きく逸脱する傾向を示している。

5. 結論

本研究において変位拘束型・応力拘束型試験の分岐解析を行い、変形局所化現象が分岐に起因するものであることを示すことができた。また、分岐挙動に対する境界条件の影響を数値解析的に確認できた。

参考文献

- 1) J. Desrues, J. Lanier and P. Stutz: Localization of the deformation in tests on sand sample. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, No.4, pp. 909-921, 1985
- 2) 橋口公一：最新弾塑性学。朝倉書店、1990
- 3) F. Fujii, Y. Yamakawa: Left and right eigenvectors extracted from the LDU-decomposed Jacobian matrix in stability problems. Proc. of APCOM '07/EPMECS XI, Paper No. GS2-1, 2007.