八戸工業大学	学生会員	相澤龍弥
八戸工業大学	正会員	金子賢治
八戸工業大学	フェロー会員	熊谷浩二

## 1. はじめに

均質化理論に基づく粒状体のマルチスケール解析<sup>1)</sup> によれば,周期境界条件下でのミクロスケール(微視 構造)解析がマクロ構成関係を与える.京谷らは均質 化理論に基づき亀裂を含む岩盤に対するミクロスケー ル解析より得られた破壊応力をを2次曲面に近似する ことにより巨視的破壊基準を求めている<sup>2)</sup>.本研究で は,粒状要素法による3次元ミクロスケール解析によ り破壊応力を抽出し,京谷らの方法に倣って破壊基準 を二次曲面で近似することにより平面応力条件におけ る粒状体の巨視的な破壊基準関数について考察する.

## 2. 数値実験と二次曲面近似の概要

# (1) 数値実験の概要

図-1 に本研究に用いた粒状体モデルを示す.本モデ ルは,粒径0.03~0.07mmの範囲で652個の球粒子を 立方体領域にランダムに発生させ,周期境界条件を仮 定して等方応力100kPaによりつり合い状態を満足す るように作成した.法線および接線方向剛性50kN/m, 35kN/m,粒子間摩擦角15°を用い,図-2に示す平面 応力を仮定した3次元応力空間上において62方向に せん断載荷シミュレーションを行なった.

本研究においては応力のピークを破壊と定め破壊基 準とする.しかし,解析を応力制御により行っている ため応力増分が0以下にはならない.したがって,こ こでは,接線せん断剛性 $G = \Delta \tau_{oct} / \Delta \gamma_{oct}$ を用いて, i番目の載荷ステップの接線せん断剛性 $G_i$ と初期の接 線せん断剛性 $G_0$ の比 $R = G_i/G_0 \times 100(\%)$ により評 価することとした.パラメータRはせん断剛性の初期 状態からの低下率を表している.各載荷経路に対し逐 次Rの値を求め,それを元に破壊応力を抽出する.



図-1 粒状体ミクロスケール解析モデル

### (2) 二次曲面近似

本研究で用いた二次曲面を以下に示す.

$$f(\{\hat{\sigma}\}) = \{\hat{\sigma}\}^T [A] \{\hat{\sigma}\} + \{b\}^T \{\hat{\sigma}\} - 1 = 0 \qquad (1)$$

京谷らは変数として破壊応力を用いており,式(1)で 表される二次曲面の性質上,原点は曲面内部に含まれる.しかしながら,等方応力が0の状態が破壊基準内 部に存在することをあらかじめ規定することは,粒状 材料の場合には好ましくない.そこで本研究では,二 次曲面の変数ベクトルには応力 $\{\sigma\}$ から初期等方応力  $\{\sigma_0\}$ を引いた修正した応力ベクトル

$$\{\hat{\sigma}\} = \{\sigma\} - \{\sigma_0\} \tag{2}$$

を用いることとした.ここでは,平面応力状態を仮定 しているため,各応力ベクトルは,

$$\{\hat{\sigma}\} = \left\{ \begin{array}{c} \hat{\sigma}_{x} \\ \hat{\sigma}_{y} \\ \hat{\tau}_{xy} \end{array} \right\}, \{\sigma\} = \left\{ \begin{array}{c} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{array} \right\}, \{\sigma_{0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \sigma_{0} \\ \sigma_{0} \\ 0 \end{array} \right\}$$
(3)

と表される.抽出した破壊応力を数値実験データとし て係数 [A] および {b} を最小二乗法により決定するこ とで,破壊基準を二次曲面により近似した.なお,式 (1) で表される二次曲面は,係数マトリクス [A] の固有 値により,楕円体,楕円放物面,一葉双曲面,二葉双 曲面,双曲放物面などに分類されるが,破壊基準面は 凸である必要があるので,楕円体,楕円放物面,二葉 双曲面以外は不適切な形となり注意が必要である.



図-2 平面応力を仮定した3次元応力空間上の載荷経路

## 3. 数值実験結果

ここでは,数値実験の結果得られた破壊応力をパラ メーター *R* = 5% と仮定した場合の破壊基準を与える 二次曲面を図-3に示す.この二次曲面の係数マトリッ クスおよびベクトルは以下のようである.

$$[A] = \begin{bmatrix} 1.54 & -0.71 & 0.07 \\ & 1.70 & -0.27 \\ sym. & 4.98 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$
(4)
$$\{b\} = \{ -8.12 & -8.08 & 0.14 \}^t \times 10^{-3}$$

このマトリクス [A] の固有値は

$$\begin{cases} \lambda_1 = 5.00 \times 10^{-4} \\ \lambda_2 = 2.30 \times 10^{-4} \\ \lambda_3 = 8.97 \times 10^{-5} \end{cases}$$
(5)

であり,固有値がすべて正である.この場合の二次曲 面は,図-3に示すように楕円体で表される.

図-4から図-6には、この二次曲面を $\hat{\sigma}_x - \hat{\sigma}_y$ 断面,  $\hat{\sigma}_x - \hat{\tau}_{xy}$ 断面, $\hat{\sigma}_y - \hat{\tau}_{xy}$ 断面で見た場合の曲面をそれ ぞれ示している.また、これらの図中には同様の面上 で行った数値実験の結果も併せて表示しているが、こ れらの図から二次曲面での近似が非常に精度良くでき ており、本研究で用いた粒状材料の破壊基準面の二次 曲面近似が有効なことがわかる.図-4より、この楕円 体は $\sigma_x = \sigma_y$ 軸方向に長軸を持つ楕円体となっている. また、圧縮方向に強く、引張り方向に弱いといった粒 状材料の強度特性を良く表現しており、合理的な結果 が得られている.図-5 および図-6より、せん断応力 成分の方向には垂直応力成分方向より弱いといった粒 状材料の強度特性も良く表れている.なお、楕円が若 干傾いているのは、異方性の影響であると考えられる.

### 4. 結論

本研究の結果,粒状材料の平面応力条件における破 壊基準面は本研究で提案した二次曲面近似で精度良く 近似可能であることがわかった.また,粒状材料の平



面応力状態における破壊基準面は $\sigma_x = \sigma_y$ 方向を向き 圧縮方向により長い長軸を持ち,せん断応力方向には 平たい楕円体で表現される.今後,本研究で用いた破 壊規準面の二次曲面近似を用いて平面ひずみ条件や6 次元応力の場合等に拡張すると共に,粒子間に与える パラメータ等を変化させ,粒子レベルの微視的な特性 と巨視的な強度特性との関係を明らかにしたい.

#### 参考文献

- Kaneko, K., Terada, K., Kyoya, T. and Kishino, Y., Global-local analysis of granular media in quasi-static equilibrium, *Int. J. Solids Struct.*, 40, pp. 4043-4069, 2003
- 京谷孝史,寺田賢二郎,欧陽立珠:岩石の力学特性と 不連続画像情報による岩盤の変形強度特性評価,土木 学会論文集,No. 680/I-55, pp. 49-64, 2001.

