格子ボルツマン法による浅水長波の遡上計算

東北大学大学院　学生会員　○大家　隆行
東北大学大学院　正 会 員　越村　俊一
東北大学　学生会員　荒木　健

1. はじめに

格子ボルツマン法（Lattice Boltzmann Method，以下LBM）とは，統計力学に基づく数値流体シミュレーションであり，連続体である流体を格子上を移動する仮想的な粒子の集合体と仮定し，粒子が繰り返す格子上の衝突と並進を通してマクロ（巨視的）スケールでの流動現象を再現する手法である．LBMの利点として，非常に効率の良い数値スキームである点，陽的スキームで計算が高速で行える点，複雑な流れ場に対しても簡便なアルゴリズムで計算出来る点が挙げられ，既往研究では，例えば木原ら[1]が液・液2相流Couette-Poeseuille流れの解析を，石川ら[2]が浅水長波LBMによる東京湾の潮流解析を行っている．しかしながら，津波の伝播・遡上計算を実施するにあたり，その計算精度や陸上遡上モデルにおける移動境界問題等，解決すべき問題が多い．本発表では，新しい津波計算法としてのLBMの構築を目的とし，上記の陸上遡上問題への適用性及びその精度について，LBMと従来の計算法である差分法（以下，FDM）との比較を通じて検討を行う．

2. 格子ボルツマン法

(1) 格子ボルツマン方程式

浅水理論における格子ボルツマン方程式は，衝突演算項に格子BGKモデル[3]を用いて，以下のように表される．

$$f_\alpha(x + e_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_\alpha(x, t) = -\frac{1}{\tau}\{f_\alpha(x,t) - f_\alpha^{eq}(x,t)\} + \frac{\Delta t}{6e^2} e_{\alpha i} F_i \qquad (1)$$

ここで，e_αは図ー1に示す仮想の格子上を移動する粒子の並進速度ベクトル，f_αは粒子分布関数であり，e_αを持つ粒子の総数を表す．また，f_α^{eq}は局所平衡分布関数，τは単一時間緩和係数で，粘性に関するパラメータνを

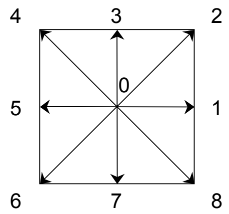

図-1　2次元9速度格子

用いて，

$$\tau = \frac{3\nu}{e^2 \Delta t} + \frac{1}{2} \qquad (2)$$

で表される．また，$e = \Delta x / \Delta t$であり，左辺は粒子の並進過程，右辺第一項は粒子の衝突過程，第二項は外力項を表し，以上の支配方程式から陽的に未知数f_αを求め，巨視的変数である水深，流速を求める．

(2) 局所平衡分布関数

局所平衡分布関数とは格子点上において粒子分布が平衡状態に達したときのそれであり，浅水理論における局所平衡分布関数は，

$$f_\alpha^{eq} = \begin{cases} h - \frac{5gh^2}{6e^2} - \frac{2h}{3e^2} u_i u_i \\ \alpha = 0 \\ \frac{gh^2}{6e^2} + \frac{h}{3e^2} e_\alpha u_i + \frac{2h}{2e^4} e_{\alpha i} e_{\alpha j} u_i u_j - \frac{h}{6e^2} u_i u_i \\ \alpha = 1, 3, 5, 7 \\ \frac{gh^2}{24e^2} + \frac{h}{12e^2} e_\alpha u_i + \frac{h}{8e^4} e_{\alpha i} e_{\alpha j} u_i u_j - \frac{h}{24e^2} u_i u_i \\ \alpha = 2, 4, 6, 8 \end{cases} \qquad (3)$$

で表される．ここで，hは全水深，uは流速，gは重力加速度である．

(3) 巨視的変数の導出

巨視的変数である全水深・流速は粒子分布関数 から粗視化を行い，次のように決定される．

$$h = \sum_\alpha f_\alpha \qquad (4)$$

$$u = \sum_\alpha e_\alpha f_\alpha / h \qquad (5)$$

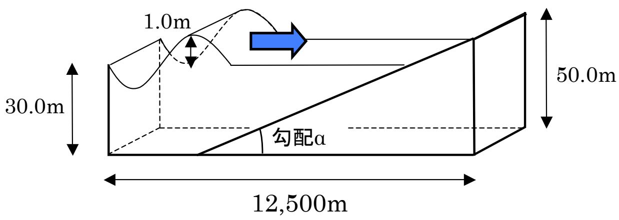

図-2　解析モデル

3. 津波遡上の数値解析

図ー2のような，一様勾配斜面と水平床の組み合わせによる水路で波の遡上計算を行う．計算は1次元問題とし，計算条件は後藤・首藤[4]に従い，

空間格子長：25m, 50m, 100m

斜面勾配　：1/10, 1/25, 1/50, 1/100

入射波周期：300s, 600s

水平床水深：30mで固定

入射波振幅：1mで固定

とする．

相対遡上高に関して，LBMと従来の差分法(FDM, dx=25m)により計算された最大遡上高比の一部を表ー1に示す．本計算では安定化のために底面摩擦項を導入しており，理論解との比較が困難であったため，ここではFDM(dx=25m)を仮の真値として表ー1を作成した．また，図にLBMとFDMの計算波形の比較例を示す．実線及び点線はそれぞれ周期T=300s,600sのFDM解を表し，黒丸及び白丸はそれぞれT=300s,600sのLBM解を表す．

以上の結果をまとめると，以下のようになる．

1. dx=25mとした際のLBMをFDMと比較すると，両者の最大遡上高及び最大遡上時の波形はほぼ一致することから，同程度の空間解像度であれば遡上問題においても両者の精度は変わらないと見なして良い．

2. 斜面勾配αが大きい時，LBMによる最大遡上高及び最大遡上時の波形はFDMのそれより過小となるため，空間格子をより細かく選ぶ必要が生じる．また，入射波周期の変化に対するLBMの精度に顕著な傾向は見られなかった．

4. 結論及び今後の課題

LBMを遡上問題に適用し，安定に計算出来ることを確認した．また，斜面勾配α，及び入射波周期TがLBMの精度に与える影響を検討し，遡上問題においても同程度の空間解像度でFDMとLBMの解がほぼ一致すること，斜面勾配αのLBMの精度への影響等を確認した．今後，津波の陸上遡上問題に関しては適用への課題として，

・遡上解の斜面上の時間発展[5]，もしくは実験との比較

・不安定条件の検証

・平面2次元計算時の境界条件の記述

等が挙げられるため，以上の問題について，これまでに開発されてきた数値解析手法が遡上問題に対してどのようなアプローチを行ってきたかを参考にしながら，検討を行う必要がある．

表-1　各種条件における最大遡上高に関する差分法との比較

Case	格子長 dx	勾配α	周期 T	$\frac{\Delta x}{\alpha g T^2}\times 10^4$	LBM/FDM
1	25	1/10	300	2.83	0.96
2			600	0.71	1.02
3		1/25	300	7.08	1.01
4			600	1.77	0.99
5		1/50	300	14.16	1.00
6			600	3.54	0.97
7		1/100	300	28.32	1.02
8			600	7.08	0.98

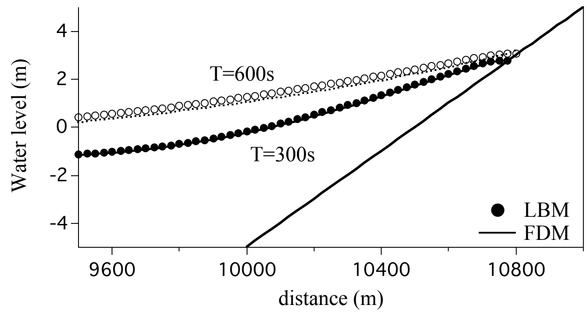

図-3　最大遡上時の波形比較（Case7,8）

参　考　文　献

1) 木原直人・山下隆男：2相流格子ボルツマン法の海岸工学への適用，海岸工学論文集，第50巻，pp.1426-1430,2003.

2) 石川裕士・立石絢也・樫山和男：非構造格子に基づくCIVA-格子ボルツマン法による浅水長波流れ解析，応用力学論文集，第9巻 ,2006.

3) Y.H.QIAN (1992)：Lattice BGK Models for Navier-Stokes Equation, Europhysics letters ,1992.

4) 後藤智明・首藤伸夫：各種津波遡上計算法と波先端条件の比較，海岸工学論文集，第27巻，pp.80-84,1980.

5) 例えば，首藤伸夫・後藤智明：津波の遡上に関する数値解析，海岸工学論文集，第24巻，pp.65-68,1977.