レベルセット関数を用いたソリッドモデリングによる非均質材料のミクロ構造解析

○東北大学工学部 学生会員 牛田貴士
東北大学大学院 正会員 車谷麻緒
東北大学大学院 正会員 寺田賢二郎
東北大学大学院 正会員 京谷孝史

1. はじめに

非均質材料のマクロ挙動は，そのミクロ構造に支配されることが既往の研究[1]で明らかになっている．しかし，非均質材料ミクロ構造の効率的かつ高精度なモデリング手法が確立されていないため，現在の CAE では材料をマクロ的に均質体とみなして数値材料試験を行っている．

本稿では，DP 鋼のミクロ構造のデジタル画像からレベルセット関数を用いて作成したミクロ構造のソリッドモデルと，理想化したソリッドモデルの数値材料試験を行い，ミクロ構造が，その加工性に及ぼす影響を考察する．

2. レベルセット関数によるソリッドモデリング

本節では**図–1** に示す DP 鋼のミクロ構造のデジタル画像からレベルセット関数を用いたレベルセットモデリング手法を述べる．

2.1 レベルセット関数

ミクロ構造に定形メッシュ（図中では Geometric mesh と表記）を重ねて，その格子点にレベルセット関数を定義する．レベルセット関数とは，次式で与えられる符号付き距離関数である．

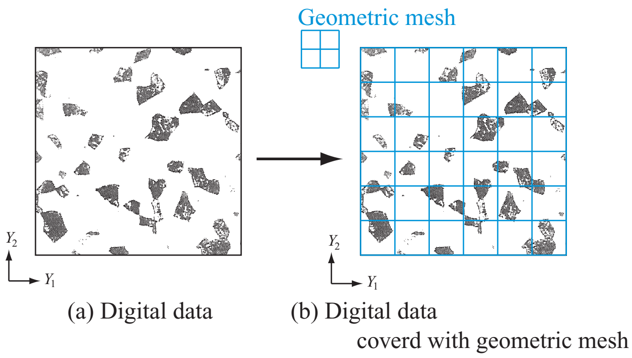
$$f_{\mathrm{level}} = \min_{\boldsymbol{x}_p \in \Gamma_p} |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_p| \,\mathrm{sign}\,\{\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}_p)\cdot(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_p)\} \qquad (1)$$

ここに，$\boldsymbol{x}$ は定形メッシュの格子点の座標，$\boldsymbol{x}_p$ はボクセルの中心座標，Γ_p は物理境界，$\boldsymbol{n}$ は $\boldsymbol{x}_p$ に関する外向き単位法線ベクトルである．すなわち，式 (1) は，**図–2** に示されるような関数形であり，ある格子点から物理境界までの最短距離に境界の内外で $+, -$ の符号を付けた値を算出する（**図–3** を参照）．全格子点に定義されたレベルセット関数を有限要素法における形状関数によって線形補間することで $f_{\mathrm{level}} = 0$ となる物理境界を抽出する．

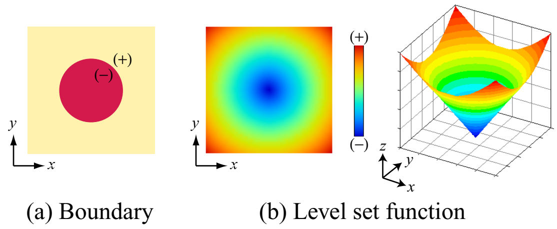
2.2 ソリッドモデリング

レベルセット関数によって抽出された物理境界を**図–4** に示すようなアルゴリズムで結合情報を与える．抽出された物理境界の 1 点から同一メッシュ内に存在するもう 1 点へと連結し，隣接するメッシュで同様の作業を反復すると最初の 1 点へと循環する結合情報が定義される．これを物理境界の総数分反復することでミクロ構造の幾何学的特性を再現する．

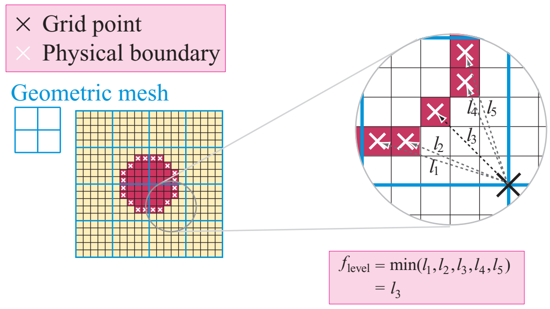
また，**図–1** に示すミクロ構造は明らかに周期対称性を持たない構造である．マルチスケール解析を実行することを念頭に置き，作成されたモデルの Y_1 軸，Y_2 軸対称鏡像を作成することにより，周期対称性を考慮したミクロモデルを作成する．作成されたモデルを**図–5** に掲載する．



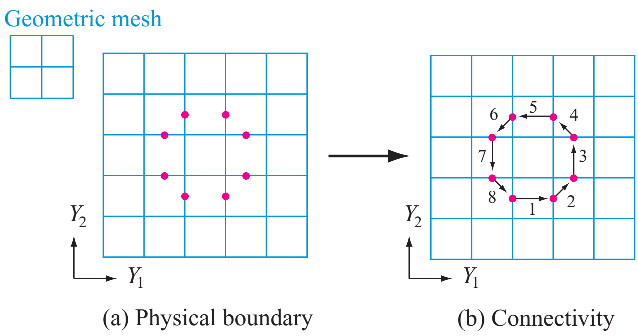
図– 1 ソリッドモデリングを行うミクロ構造



図– 2 レベルセット関数の具体例



図– 3 レベルセット関数の算定



図– 4 物理境界の結合情報

3. DP 鋼の数値材料試験

本節では **2** 節で作成した実際のミクロ構造を反映した DP 鋼のミクロモデルと理想化されたミクロモデルに対して均質化法に基づくマルチスケール解析を用いた数値材料試験を行い，その結果について考察する．

表– 1 モデルデータ

モデル	Reproduced model	Idealized model
α 相	82.7%	82.7%
α' 相	17.3%	17.3%
要素数	16032	16052
節点数	32585	32493

3.1 成形限界曲線による加工性評価

図–5 に示すミクロモデル DP 鋼モデルのマルチスケール解析を行う．DP 鋼はフェライト相（以下，α 相）を母材としてマルテンサイト（以下，α' 相）が含まれる二相構造である．α 相，α' 相の加工硬化近似式として，α 相に対して式 (2) を，α' 相に対して式 (3) をそれぞれ用いる．また，共通の Young 率 206GPa，Poisson 比 0.2 を用いる．

$$\sigma = 577\left(0.002 + \varepsilon^{pl}\right)^{0.23} \tag{2}$$

$$\sigma = 560 + 1950\left(1 - \exp\left(-140\varepsilon^{pl}\right)\right) \tag{3}$$

本稿では，ミクロ構造の幾何学的特性がマクロ挙動に及ぼす影響を考察することを目的としているため，両モデルの α 相，α' 相の体積率を一定とし，要素数，節点数も同程度に設定する（**表–1** を参照）．ミクロモデルに対して直交座標系を定義し，Y_1 方向に最大，Y_2 方向に最小ひずみが生じるよう比例載荷を行う．そのひずみ経路は Y_1 方向一軸引張から等二軸引張状態を限度として，**図–6** に示す 6 経路の数値材料試験を行う．また，本稿では，マルチスケール解析で得られたマクロ公称応力 $\tilde{P}$ のノルムが最大となるとき成形限界に達して，マクロな破断が生じると定義し，そのときのマクロ最大，最小真ひずみ $\tilde{\varepsilon}_{11}$，$\tilde{\varepsilon}_{22}$ をひずみ空間にプロットすることで成形限界曲線を作成する．成形限界曲線および一軸，等二軸引張状態のひずみ経路で囲まれた領域がマクロな破断が生じることなく成形できる範囲となり，マクロな変形特性を評価する指標となる．

3.2 マクロ挙動のミクロ依存性検討

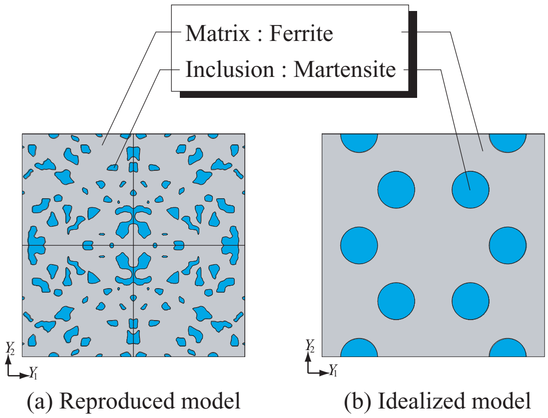
数値材料試験の結果，**図–7** に示す成形限界曲線が得られた．最も単純な載荷条件である一軸引張載荷では両モデルとも同等の結果が得られたが，その他のひずみ経路では，成形限界の評価に差異が生じている．2 方向以上に載荷を受ける複雑な条件では，理想化されたミクロモデルによるマクロ挙動の評価は困難であると考えられる．

4. おわりに

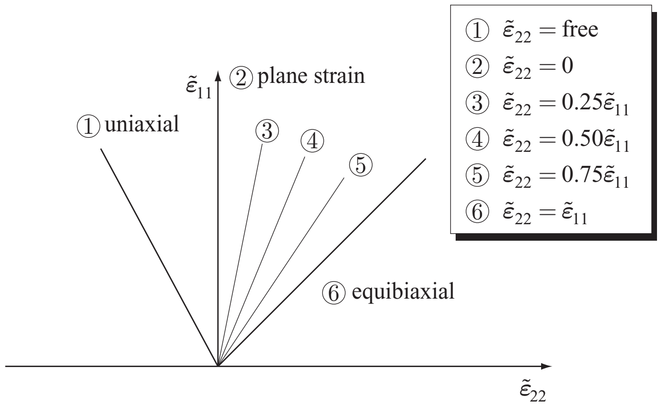
本稿では，レベルセット関数を用いた非均質材料のミクロ構造のためのソリッドモデリング手法を開発し，それを DP 鋼のミクロ構造に適用した．その均質化法に基づくマルチスケール解析による数値材料実験を行うことで，比例載荷という理想的かつ限定的な条件設定の下でも，マクロ挙動がミクロ構造の相違を反映することを示した．

参考文献

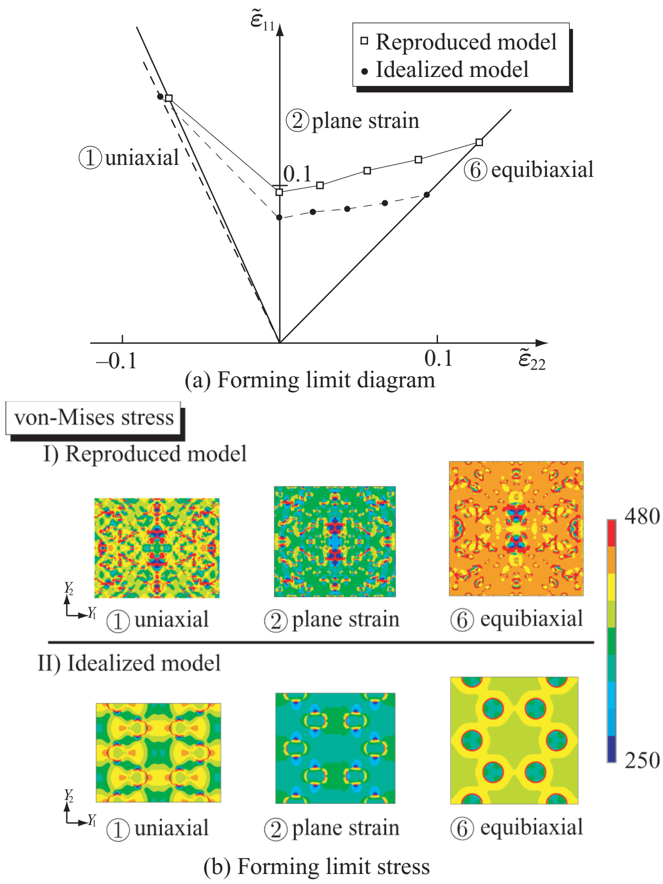
1) 友田陽，田村今男：延性 2 相鋼の力学的性質，鉄と鋼，第 67 年，第 3 号，1981
2) 寺田賢二郎，菊池昇：均質化法入門，丸善，2003.



図– 5 ミクロ構造を再現したモデルと理想化したモデル



図– 6 ひずみ経路



図– 7 成形限界曲線およびマクロ成形限界時のミクロ構造