

# 板の弾塑性座屈荷重の初期不整依存特性の感度則による評価

東北大学 学 狩野祐一 正 池田清宏 正 山川優樹

## 1. はじめに

実構造系の座屈荷重は、形状の狂いや構成部材の誤差などの初期不整の介在により低下する。この事を明らかにしたのが Koiter であり、強度の初期不整依存特性を表す初期不整感度則として定式化した<sup>1)</sup>。

圧縮板の初期たわみによる終局強度の低下の記述については初期不整感度則が提案・検証がされている<sup>2)</sup>。また、初期たわみと降伏応力の変化による初期不整感度則の提案、及び確率分布の導入も行われている<sup>3)</sup>。それらの拡張・修正を目的として、以下の3点について研究を行う。

1. 板の初期たわみと降伏応力による初期不整感度則の提案・検証
2. 現実の初期たわみと降伏応力の確率分布による板の終局強度の確率分布の算出
3. 板の腐食による部分的な板厚の変化の影響による初期不整感度則の定式化

本研究では、補剛板構造の構成要素である周辺単純支持板を解析対象として取り上げる。複数の初期不整によるこの板の終局強度の低下の仕組みを初期不整感度則として定式化する。

## 2. 降伏応力を含む初期不整感度則の記述

図-1 に解析モデルとその応力 - ひずみ関係を示す。解析モデルは  $a = 400\text{mm}$  ,  $b = 400\text{mm}$  の周辺単純支持板を三角形要素 800 個に分割し、一様一軸圧縮している。機械的性質は鋼材 SS400 としている。解析には弾塑性有限変位解析プログラム USSP<sup>4)</sup> を用いる。座屈の仕組が異なる 4 つの幅厚比パラメータ  $R_R = 0.2$  ,  $0.9$  ,  $1.1$  ,  $1.4$  について解析を行う。

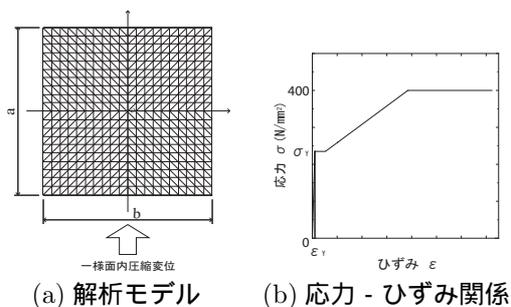


図-1 解析におけるデータ

## 2.1 初期不整感度則の提案

圧縮板の初期たわみと降伏応力の値による終局強度の低下を次式で表す事とする。

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = C_0 + C_1 \epsilon^\rho + \text{高次項} \quad (1)$$

ここに、 $\sigma_u$  は不完全系の終局強度、 $\sigma_Y$  は降伏応力、そして  $\epsilon$  はたわみの初期不整である。 $C_0$  ,  $C_1$  は定数、 $\rho = 2/3, 1, 2$  である。式 (1) は Koiter の強度の初期不整依存特性を表す初期不整感度則を本研究に即して書き直した式である。

## 2.2 初期不整感度則の検証

図-2 に降伏応力  $\sigma_Y = 200\text{N/mm}^2$  ,  $300\text{N/mm}^2$  に対して、正規化した応力  $\sigma_u/\sigma_Y$  と初期不整  $\epsilon$  の関係を示す。この図において  $\sigma_Y = 200\text{N/mm}^2$  の時の解析結果、 $\sigma_Y = 300\text{N/mm}^2$  の時の解析結果であり、曲線が初期不整感度則である。降伏応力  $\sigma_Y$  が  $200\text{N/mm}^2$  ,  $300\text{N/mm}^2$  のそれぞれの場合において、 $\sigma_u/\sigma_Y$  の値が初期不整感度則と一致している。正規化した応力  $\sigma_u/\sigma_Y$  は、各幅厚比パラメータ  $R_R$  に対し、たわみの初期不整  $\epsilon$  のみに依存する事が確認できる。従って、初期不整感度則は初期たわみと降伏応力が初期不整である場合には十分に適用可能である事が言える。

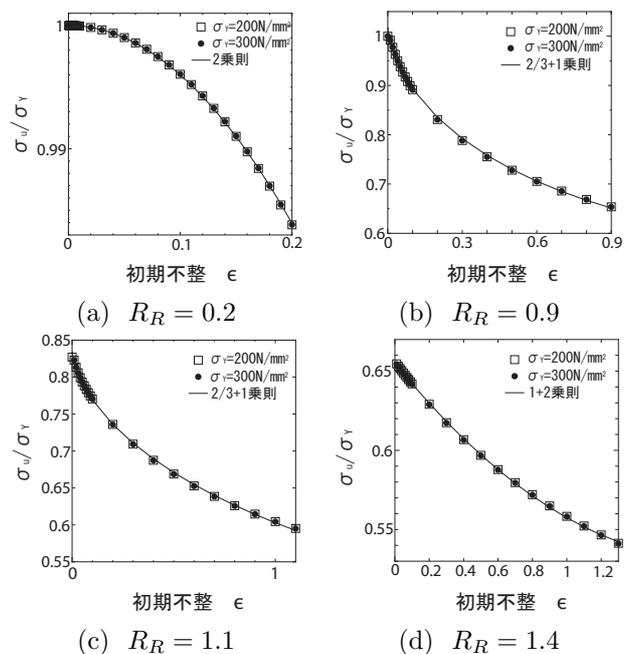


図-2  $\sigma_u/\sigma_Y$  と  $\epsilon$  の関係

### 3. 板の終局強度の確率分布

初期不整感度則に現実の初期たわみ，降伏応力の確率分布を導入して，板の終局強度の確率分布を求める．

#### 3.1 終局強度の確率分布の算出法

降伏応力  $\sigma_Y$ ，たわみの初期不整  $\epsilon$  をワイブル分布に従う確率変数として，終局強度  $\sigma_u$  の確率変動を算出する．式 (1) を，

$$\sigma_u = \sigma_Y(C_0 + C_1 \epsilon^\rho) + \text{高次項} \quad (2)$$

とすれば， $\sigma_u$  の確率密度関数  $\phi_u$  は， $a = \sigma_Y$  の確率密度関数を  $\phi_a$ ， $b = C_0 + C_1 \epsilon^\rho$  の確率密度関数を  $\phi_b$  として，以下のように積の畳み込み積分で求める事ができる．

$$\phi_u(\sigma_u) = \int_0^\infty \phi_a(a)\phi_b\left(\frac{\sigma_u}{a}\right) \frac{da}{a} \quad (3)$$

幅厚比パラメータ  $R_R = 0.1 \sim 2.0$  について  $\phi_u$  を求め， $\sigma_u$  の確率分布の  $R_R$  の変化による影響を評価する．

#### 3.2 確率分布の評価

現実の初期たわみ，降伏応力の確率分布は，文献<sup>5)</sup>，<sup>6)</sup>の実データより得られた平均値・分散を基にワイブル分布に従うものとして求めた．このワイブル分布を式 (3) に導入し求めた終局強度  $\sigma_u$  の確率分布を図-3 に示す．この図において，確率密度関数のグラフは右から左へ行くほど幅厚比パラメータ  $R_R$  が増加する．確率密度の最大値が最も低いグラフが  $R_R = 0.8$  の場合であり，塑性座屈と弾性座屈の遷移域である．従って，幅厚比パラメータ  $R_R$  の値の増加に伴い終局強度  $\sigma_u$  が低下する事，塑性座屈から弾性座屈に移行するにつれて確率分布の分散が増加し，塑性座屈領域では幅厚比パラメータ  $R_R$  の増加に伴い確率密度の分散が減少する事が確認できる．

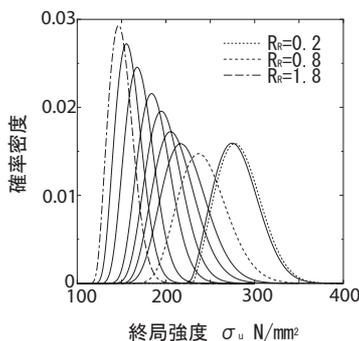


図-3 板の終局強度の確率分布

### 4. 板厚の変化の影響の初期不整感度則

圧縮板に腐食が生じた時に起こる板の部分的な板厚の変化を初期不整とした時の終局強度の低下量を，初期不整感度則により記述する．

#### 4.1 初期不整感度則の提案

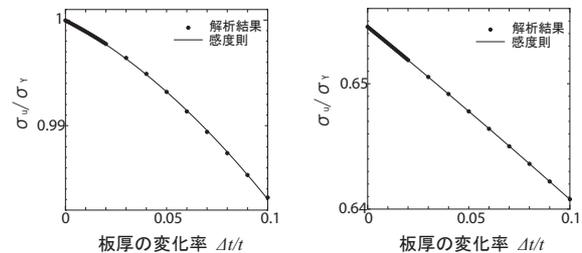
圧縮力を受ける周辺支持板の初期たわみと降伏応力，そして板厚の変化による終局強度の低下を次式で表す事とする．

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = C_0 + C_1 \epsilon^\rho + C_2 \left(\frac{\Delta t}{t}\right) + C_3 \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \text{高次項} \quad (4)$$

ここに， $t$  は板厚， $\Delta t$  は部分的な板厚の減少量であり， $C_0, C_1, C_2, C_3$  はそれぞれ定数， $\rho = 2/3, 1, 2$  である．

#### 4.2 初期不整感度則の検証

図-4 に，板に一定の腐食を与えたたわみの初期不整  $\epsilon$  を固定した時の幅厚比パラメータ  $R_R = 0.2, 1.4$  での正規化した応力  $\sigma_u/\sigma_Y$  と板厚の変化率  $\Delta t/t$  の関係を示す．係数の変化によりグラフの形状は異なっているが，幅厚比パラメータ  $R_R$  の値によらず板厚の変化率  $\Delta t/t$  の 1 乗則と 2 乗則により板の終局強度の低下を記述できる事が確認できる．



(a)  $R_R = 0.2$  (b)  $R_R = 1.4$

図-4  $\sigma_u/\sigma_Y$  と  $\Delta t/t$  の関係

### 5. まとめ

本研究においては，初期たわみと降伏応力を初期不整とした初期不整感度則の提案・検証を行い，そして圧縮板の終局強度の確率分布を求める事ができた．この終局強度の確率分布により，座屈挙動の違いが板の終局強度の確率分布を変化させる事を確認した．また，板の腐食に伴う板厚の変化を初期不整とした感度則の定式化を行い，その初期不整感度則の妥当性が確認できた．

#### 参考文献

- 1) Koiter, W. T. : *On the Stability of Elastic Equilibrium*, Dissertation, Delft, Holland. Springer, 1945.
- 2) Ikeda K, et al.: Imperfection sensitivity of ultimate buckling strength of elastic-plastic square plates under compression, *Int. J. Non-Linear Mech.*, 2007
- 3) 柴崎晃：板の弾塑性座屈荷重の確率変動の初期不整感度則による体系的記述，東北大学土木工学科卒業論文，2007
- 4) 大阪市立大学橋梁工学研究室，日本構研情報(株) 構造解析室：USSP version 4.0 ユーザーズ・マニュアル，1999.
- 5) 日本鋼構造協会，関西地区連絡会，関西地区委員会，IDM 委員会：鋼橋部材の形状初期不整と耐荷力の統計学的研究，土木学会論文集，Vol. 16 NO. 170, 1980.
- 6) 西村 昭：鋼材の機械的性質のばらつきについて，土木学会論文集，Vol. 5, NO. 48, 1969.