

3次元ひび割れ解析による準脆性材料の破壊現象に関する一考察

東北大学大学院 正会員 ○車谷 麻緒
東北大学大学院 正会員 寺田 賢二郎
東北大学大学院 正会員 京谷 孝史

1. はじめに

コンクリートに代表的な準脆性材料の破壊現象を適切に再現するには、線形破壊力学の純粋な適用ではなく、破断面の生成過程における破壊進行領域でのエネルギー収支を考慮した非線形破壊力学モデルの適用が不可欠である¹⁾。また、準脆性材料の破壊靱性を適切に評価するには、破断面やひび割れ開口幅といった方向性のある幾何性状とそのエネルギー収支との関係を、整理しておく必要がある。

本稿では、構造力学の理論解析を交えながら、Cohesive crack モデルを考慮した2次元および3次元ひび割れ問題の有限要素解析を通して、準脆性材料の破壊現象に関する基礎的な考察を行う。

2. Cohesive crack モデルとひび割れ解析

2.1 Cohesive crack モデル

一般に広く利用されている Cohesive crack モデルは、破壊進行領域 (FPZ) における十分に開口していない損傷過程での不連続変形を、不連続面同士の結合力 (表面力) でモデル化するものである¹⁾。具体的には、次式で与えられる非線形な表面力-開口変位の関係を、FPZ に対する仮想的な不連続面 Γ_{PZ} に結合力として付与するものである。

$$\|\mathbf{t}^{\text{coh}}\| - f_t \exp\left(-\frac{f_t}{G_f} \kappa\right) \leq 0 \quad \text{on } \Gamma_{PZ} \quad (1)$$

ここで、 $\|\mathbf{t}^{\text{coh}}\|$ は結合力ベクトルの大きさ、 f_t は引張強度、 G_f は破壊エネルギー、 κ は最大開口変位である。

2.2 Cohesive crack モデルを考慮したひび割れ解析

本研究では、不連続面を含む脆性構造体の準静的なつり合い問題を対象とする。このような構造体に対する、Cohesive crack モデルを考慮した一般的な弱形式のつり合い方程式は、次式で与えられる。

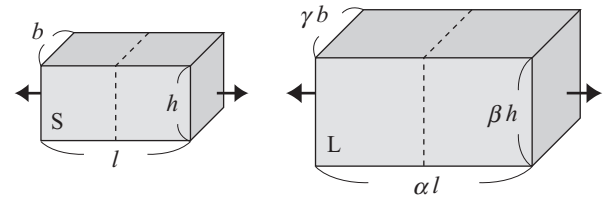
$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \nabla \delta \mathbf{u} : \boldsymbol{\sigma} d\Omega + \int_{\Gamma_{PZ}} \delta \mathbf{g} \cdot \mathbf{t}^{\text{coh}} d\Gamma \\ & = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{b}} d\Omega + \int_{\Gamma_f} \delta \mathbf{u} \cdot \bar{\mathbf{t}} d\Gamma \quad \forall \delta \mathbf{u} \quad (\forall \delta \mathbf{g}) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力、 $\mathbf{g}$ は開口変位、 Ω は物体領域、 Γ_f は Neumann 境界、 $\bar{\mathbf{b}}$ と $\bar{\mathbf{t}}$ はそれぞれデータとして与えられる物体力と分布外力である。

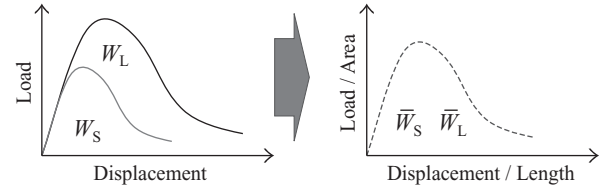
Cohesive crack モデルを考慮した上式を解くに当たり、本研究では、3次元問題でも安定的に解析が可能な陽的近似アルゴリズム²⁾を適用し、静的つり合いと破断面の両者のエネルギー収支を考慮した有限要素解析手法を用いる。

3. 直接引張りの要素試験

1例目の解析対象は、図-1に示されるような直接引張りの要素試験であり、大きさの異なる S と L の2つのモデルの破壊靱性を比較・検討する。



(a) Tension tests of differently-sized models



(b) Two types of energy for theoretical analysis

図-1 大きさの異なる単純モデルの引張試験

3.1 理論解析

まず、大きさの影響を打ち消すため、同図 (b) のように荷重-変位関係を見かけの応力-ひずみ関係に変換することにより、それぞれの曲線で囲まれる面積、すなわち外力仕事は、次のように表される。

$$\bar{W}_S = \frac{1}{bhl} W_S, \quad \bar{W}_L = \frac{1}{\alpha\beta\gamma bhl} W_L \quad (3)$$

簡単のため、外力による仕事は、すべてひび割れの形成に消費されるものと仮定する。

$$(\text{外力仕事}) = (\text{破断面積}) \times (\text{破壊エネルギー } G_f) \quad (4)$$

すなわち、それぞれの破壊エネルギー G_f^S 、 G_f^L を用いて、上式は次の関係となる。

$$W_S = bh G_f^S, \quad W_L = \beta\gamma bh G_f^L \quad (5)$$

式 (3) と (5) から、外力仕事と破壊エネルギーの関係は次のように表される。

$$\bar{W}_S = \frac{1}{l} G_f^S, \quad \bar{W}_L = \frac{1}{\alpha l} G_f^L \quad (6)$$

ここで、外力仕事と破壊エネルギーの関係を次の2通りで解釈することにする。

$$\bar{W}_S = \bar{W}_L \Rightarrow G_f^L = \alpha G_f^S \quad (7)$$

$$G_f^S = G_f^L \Rightarrow \bar{W}_L = \frac{1}{\alpha} \bar{W}_S \quad (8)$$

上式の意味するところは、破壊特性が荷重方向の幾何性状のみに依存し、① 寸法 l が α 倍のとき破壊エネルギーも α 倍すれば同じ破壊靱性が得られ、また、② 寸法 l が α 倍で破壊エネルギーが同じであれば靱性能は $1/\alpha$ 倍となる、ということになる。

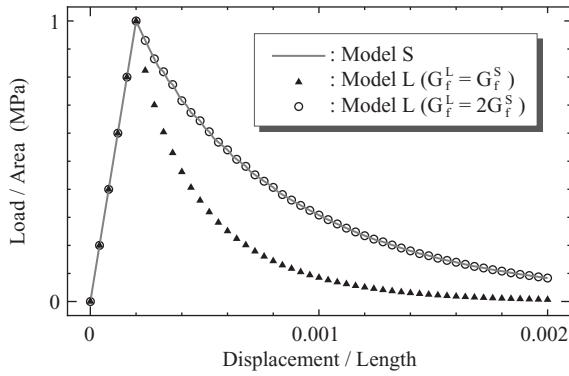


図-2 単純モデルの引張試験の数値解析結果

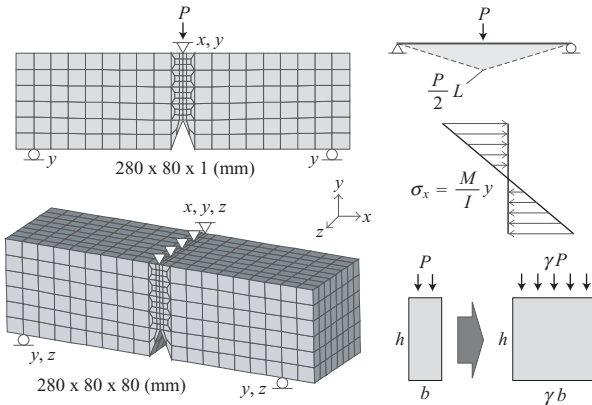


図-3 梁の有限要素モデルと構造力学

3.2 数値解析

モデルの寸法と材料パラメータを次のように設定する。

$$l = 20 \text{ mm}, h = 10 \text{ mm}, b = 10 \text{ mm}, \alpha = 2, \beta = 3, \gamma = 4$$

$$E = 10 \text{ GPa}, \nu = 0.2, f_t = 1 \text{ MPa}, G_f = 0.008 \text{ N/mm}$$

ここで、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。それぞれのモデルを低次の 8 節点六面体要素でモデル化し、前節の①と②に対する有限要素解析を行う。

数値解析結果として、見かけの応力-ひずみ関係を図-2 に示す。Cohesive crack モデルを考慮した数値解析結果は、前節の理論解析で示した①と②の関係を正しく再現していることが分かる。

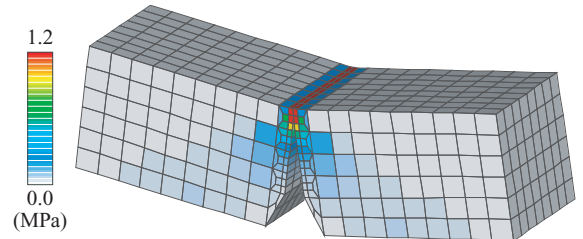
4. ノッチを有する梁の 3 点曲げ試験

2 例目の解析対象は、図-3 に示されるようなノッチを有する梁の 3 点曲げ試験である。この例題は、コンクリートの引張軟化挙動を推定するための JCI 基準³⁾を模擬したものであり、本節では 2 次元解析と 3 次元解析をとおして、梁の奥行きの影響について考察する。

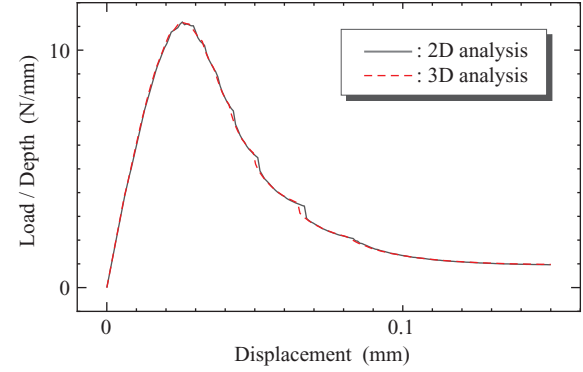
4.1 理論解析

3 点曲げ試験によるコンクリート梁の破壊進展では、曲げによって生じる x 方向応力が支配的となる。図-3 右を参考に、 x 方向応力を求めると次のようになる。

$$\sigma_x = \frac{P}{2} L \frac{12}{bh^3} y = \frac{6L}{h^3} \frac{P}{b} y = \frac{6L}{h^3} \frac{\gamma P}{\gamma b} y \quad (9)$$



(a) Deformed configuration with max. principal stress



(b) Load-displacement curve

図-4 コンクリート梁の 3 点曲げ試験の数値解析結果

したがって、当然ではあるが、奥行きの大きさは、理論上、破壊挙動には影響しない。

4.2 数値解析

図-3 左のような 2 次元と 3 次元の有限要素モデルを対象に、Cohesive crack モデルを考慮した数値解析を行う。材料パラメータは前節と同様とし、2 次元解析では平面応力状態を仮定して、奥行きを 1mm と設定する。また、3 次元解析では、各支点において、意図的に z 方向を拘束する境界条件を与える。

解析結果として、変形図と最大主応力分布の一例および载荷点での荷重-変位関係を図-4 に示す。本解析では、意図的に z 方向を拘束する境界条件を与えたが、その影響はほとんどなく、2 次元解析とほぼ一致した結果が得られている。したがって、理論上は、梁の 3 点曲げ試験における奥行きの影響はないが、実験結果としてその影響が観察される場合は、奥行きを一定とするか、奥行き方向に引張強度の分布や破断面のバラつきをモデル化するなどの工夫が必要である。

5. おわりに

本研究では、Cohesive crack モデルを考慮した 2 次元および 3 次元有限要素解析手法を構築し、いくつかの例題をとおして、準脆性材料の破壊挙動について整理した。

参考文献

- Hillerborg, A., Modéer, M. and Petersson, P.-E.: Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cem. Concr. Res.*, Vol.6, pp.773-782, 1976.
- 車谷麻緒, 寺田 賢二郎: Cohesive crack モデルに対する陽的近似アルゴリズムの提案とその性能評価, 土木学会論文集, 投稿中.
- JCI 基準: 切欠きはりを有したコンクリートの破壊エネルギー試験方法, <http://www.jci-web.jp/jci-standard/>