

動的単純せん断を受ける粒状体のシミュレーション解析

東北大学 学生会員 ○櫻庭 恵人
フェロー 岸野 佑次

1. はじめに

粒状体のせん断流れに関しては, Bagnold¹⁾が先駆的な実験的研究を行った．最近では一場らも高速流れ下のせん断挙動に関する考察を行っている²⁾．一方, Campbell³⁾は粒状体シミュレーション試験によりレイノルズ応力の存在を確認した．しかし, このレイノルズ応力に関しては離散的な材料に即した説明はなされていない．そこで本研究においては, 動的エネルギー平衡条件式に基づいて微視的な立場からレイノルズ応力を誘導し, 動的粒状要素法による単純せん断試験のシミュレーションに基づく考察を行った．

2. 微視力学に基づくレイノルズ応力の導出

本研究では図-1に示すような粒状体の体積変化を伴わない単純せん断流れを対象とする．単純せん断流れ場は同図に示すように上下の境界の平行性を保ったまま逆方向に一定速度を与える．これらの境界には粒子を並べ, 内部粒子にせん断が確実に伝わるように配慮する．また x 方向は周期境界とし, 境界の左右端で繰り返される粒子に作用する接触力の大きさは同一であり, それらの粒子の速度ベクトルが向き, 大きさともに同一であることを考慮すれば, 左右端の粒子に外部より作用する仕事は打ち消しあうことになる．内部粒子の平均的速度場は平均的せん断場とそれからの偏差として次式のように表すことが出来る．

$$v_1 = \dot{\gamma}y + \Delta v_1, \quad v_2 = \Delta v_2 \quad (1)$$

ここに, $\dot{\gamma}$ は境界に与えるせん断ひずみ速度, Δ は平均からの偏差を表し, y 方向は偏差部分のみから成る．

ここで, 粒状体の単純せん断流れにおけるレイノルズ応力の意味を明らかにするために, まず, 連続体の定式化における次の動的なエネルギー平衡条件 (物体力は0とし, 単位体積当たりの値で表示) について考える．

$$p^\sigma = p^t + p^\alpha \quad (2)$$

ここに, $p^\sigma = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} v_{i,j} dV$ (内部応力のする仕事率), $p^t = \frac{1}{V} \int_S t_i v_i dS$ (境界におけるトラクションのする仕事率), $p^\alpha = -\frac{1}{V} \int_V \rho \alpha_i v_i dV$ (慣性力のする仕事率) である．今, これらの仕事率の中, p^t と p^α を離散的に評価し, これを基に p^σ を表現すれば以下の式ようになる．

$$p^\sigma = \tau^* \dot{\gamma} = (\tau + \tau^R) \dot{\gamma} \quad (3)$$

ここに, $\tau = \frac{1}{V} \Sigma_B f_1 h$ (せん断応力), $\tau^R = -\frac{m}{V} \Sigma_I \Delta v_2 \Delta v_1$ (レイノルズ応力), τ^* は修正せん断応力である．また Σ_B ,

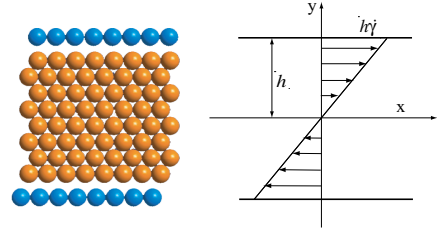


図-1 供試体モデルと単純せん断試験

Σ_I はそれぞれ境界粒子, 内部粒子に関する和, f_1 は各境界粒子が内部粒子に及ぼす力の x 方向成分, m は粒子の質量である．なお, レイノルズ応力の定式化にあたっては, 速度ベクトルの変動部分のランダム性と変動の定常性 $(\Delta v_i \Delta v_i)' = 0$ を仮定し, 慣性力のする仕事率を以下のように変形することより求めた．

$$p^\alpha = -\frac{1}{V} \Sigma_I m \alpha_i v_i = -\frac{1}{2V} \Sigma_I m (v_i v_i)' = -\frac{m \dot{\gamma}}{V} \Sigma_I \Delta v_2 \Delta v_1 \quad (4)$$

3. 単純せん断試験のシミュレーション

図-1に示すように平面上に等粒径の球を並べた供試体を用いる．解析の初期条件として, 内部粒子に運動を生じさせるための放射状の小さな初速度を与えた．粒径は0.5mm, 単位重量は1000kgf/m³, 接触点における法線方向および接線方向のパネ定数はそれぞれ10, 7N/mとした．供試体の密度に相当する正規化充填率²⁾ ν^* を以下のように定義する．

$$\nu^* = \frac{\nu}{\nu_{max}} \quad (5)$$

ここに ν は供試体モデルの投影面積に対する内部粒子の投影面積の比で表される． ν_{max} は最密時の充填率である．本研究では上下境界粒子間の幅を変えることで ν^* を調整し供試体モデルとした． $\dot{\gamma} = 0.1, 0.5, 1 \text{ \%}/s$ の3ケース, $\nu^* = 0.5 \sim 0.9$ の6ケースの計18ケースのシミュレーション試験について, 境界で観測される応力と偏差速度のデータを基に解析を行った．

応力や偏差速度などのデータは時間に関して平均化したものを用いたが, その際, 境界が粒子1個分移動するのに要するステップ数を1周期と定め, この間でのデータの総和をステップ数で割ることにより平均化を行った．上下の境界に作用する応力 (垂直応力を σ , せん断応力を τ とする) の平均値の例を図-2示す．他のケースについても同様のグラフを描き, 定常状態とみなせる部分を取り出して平均を求め, それぞれのケースの応力値とした．

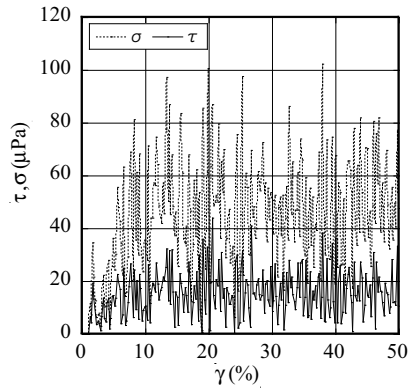


図-2 応力の計算結果の例 ($\dot{\gamma} = 0.5, \nu^* = 0.8$)

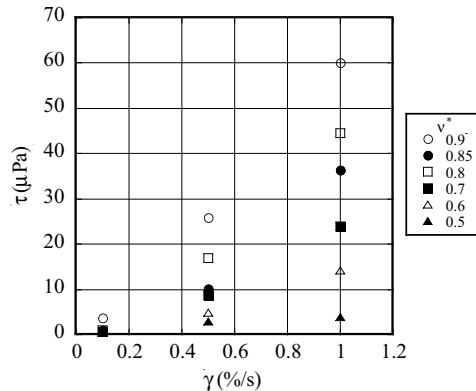


図-3 セン断応力-せん断ひずみ速度関係

4. 解析結果

粘性流体のせん断応力はせん断ひずみ速度に比例し，その比例定数は粘性係数と呼ばれている．一方 Savage と Jeffrey⁴⁾ や Bagnold¹⁾ は粒状体のせん断流れについて 2 体衝突問題として定式化を行い，せん断応力はせん断ひずみ速度の 2 乗に比例すると結論づけている．シミュレーションで得られた結果がどのような力学特性を持つかを調べるために，6 つの充填率に対してせん断応力 τ とせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ の関係をプロットしたものが図-3 である．これを基に

$$\tau = a\dot{\gamma}^2 + b\dot{\gamma} \quad (6)$$

を回帰曲線として， a, b の値を求め，これらの係数の比 $r = b/a$ を図示したものが図-4 である． r の値が 0 であれば 2 乗比例型， ∞ であれば粘性流体型であるが，図-4 より $\nu^* = 0.85$ の場合はほぼ 2 乗比例型となっている．この充填率の場合，粒子の運動は水平の層を保持したまません断が生じるほぼ規則的なパターンとなっており，図-4 から分かるように，より小さな充填率 $\nu^* = 0.8$ の場合よりもせん断抵抗が小さな流れとなっている．この流れは等粒径パッキングの場合にのみ存在する非常に特殊な流れであるが，2 体衝突の条件に適合したものであると考えられる．この充

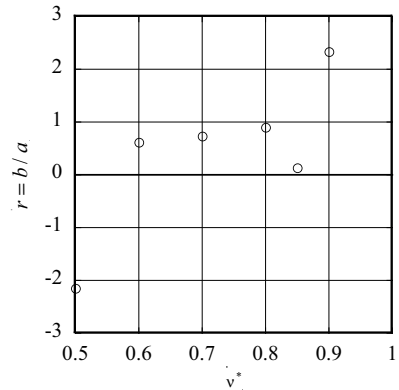


図-4 充填率による一次および二次の係数の比の変化

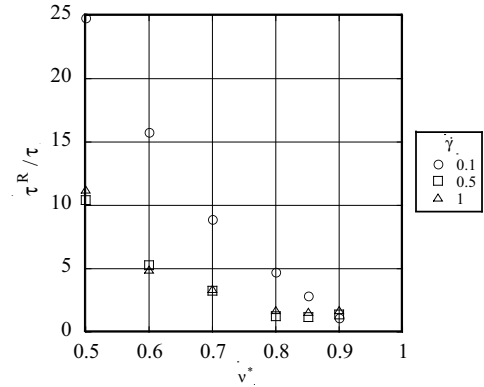


図-5 充填率によるせん断応力とレイノルズ応力の比の変化

填率を境に r の値は 1 より小および大の領域に分かれ，充填率の低い領域では 2 乗比例部分が卓越し，充填率の高い領域では線形項が卓越した流れとなっている．後者の領域では流れに伴って粒子集合にクラスタリングが生じ，その摩擦抵抗が粘性として現れると考えられる．なお $\nu^* = 0.5$ の場合は解析時間が定常状態に至るだけの長さがなかったためバラツキが生じている．

最後に式 (4) に従ってレイノルズ応力を算出した結果を示す．図-5 は 3 つのせん断速度に対する τ^R / τ と ν^* の関係である． $\dot{\gamma} = 0.5, 1$ のケースはほぼ等しく，せん断速度がある限度より速い場合にはせん断速度に依存しない特性となることがうかがわれる．この場合， τ が分かれば ν^* に依存する定数を掛けることで τ^R を得ることができる．今後詳細な研究を進める予定である．

参考文献

- 1) Bagnold, R. A.: Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, Proc. Royal Soc. Lond., Ser. A 225, pp.49-63, 1954.
- 2) 一場勝幸, 岩下和義, 小田匡寛: 高速せん断装置による粒子流れの応力の測定に関する研究, 応用力学論文集, Vol.7, pp.805-812, 2004.
- 3) Campbell, C. S. and Gong, A.: The stress tensor in a two-dimensional granular shear flow, J. Fluid Mech., Vol.164, pp.107-125, 1986.
- 4) Savage, S. B. and Jeffrey, J. d.: The stress tensor in a granular flow at high stress rates, J. Fluid Mech., Vol.110, pp.255-272, 1981.