# 粒状材料の塑性ひずみ増分応答と微視構造の関係

八戸工業大学 学生会員 ○舘松 渓・坂頂達也 八戸工業大学 正会員 金子賢治 八戸工業大学 フェロー 熊谷浩二

1. はじめに

砂のような粒状材料の流動則に関して、非関連型の流動則となることや古典的塑性論における仮定に反する増分非線形性の存在が指摘されるようになっている。石井らは、粒状要素解析を行い塑性変形メカニズムに関する考察を行い、増分線形モードと増分非線形モードの2つの変形モードの存在を指摘している<sup>1)</sup>.本研究では、増分線形モードにおける流動則の非関連性の度合いに与える微視的内部構造の影響について考察する。本研究では、数学的均質化理論に基づく粒子集合体のミクローマクロ連成解析手法<sup>2)</sup>におけるミクロスケール解析がマクロ構成関係を与えることに着目し、3次元ミクロスケール解析を用いて数値実験を行った。

#### 2. 数値実験の概要

図-1 に本研究に用いた粒状体モデルを示す。本モデルは、微視構造の異方性が生じやすように z 方向の中央 1/3 の領域には粒径 0.08mm の球粒子を、それ以外の領域には粒径 0.02-0.04mm の球粒子を発生させた。立方体領域に発生させた粒子集合体に等方応力 100kPa を作用させ、各粒子がつり合い状態を満足するように初期状態を作成した。法線および接線方向剛性 50kN/m、35kN/m、粒子間摩擦角 15° を用いた

作成した初期状態に対して、まず、せん断載荷シミュレーションを行う。せん断載荷シミュレーションは、平均応力一定の三軸圧縮試験とし、z方向の圧縮を経路 1, x方向の圧縮を経路 2 として行った。また、せん断中には、粒子集合体内部の微視構造を表す指標としてファブリックテンソル

$$\boldsymbol{F} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^{2N} \boldsymbol{n}_i \otimes \boldsymbol{n}_i \tag{1}$$

を計算した。ここで,N は集合体内部での粒子接触点数であり, $n_i$  は i 番目の接触点における外向き単位法線ベクトルを表している。ファブリックテンソルは,対角項の和が1になるように正規化されており,3 つの対角項が 1/3 になる場合に完全に等方的な微視構造と判断される。また,ファブリックテンソルの偏差部分の大きさが微視構造の異方性の度合いを表すものと考えることができる。

次に、せん断中のいくつかの応力状態において応力プロー ブ試験を実施して塑性ひずみ増分を抽出する。本研究においては、塑性変形モードのうち、増分線形モードに関する 考察を主目的としているため、増分線形モードが卓越して生じる p-q 面内 $^3$ )で応力プローブ試験を実施した。応力プローブ試験は、応力増分  $\|\Delta\Sigma\|=1$ kPa とし、p-q 面内において 1° 毎 360 方向について行った。

## 3. 解析結果と考察

### (1) せん断載荷シミュレーション結果

図-2 にせん断載荷シミュレーションの結果得られた応力 ひずみ曲線を示す。z 方向に圧縮したケース 1 と x 方向に 圧縮したケース 2 で若干挙動が異なり,z 方向に圧縮した 経路 1 の方が若干強度が大きく現れている。

図-3 にせん断載荷中の偏差ファブリックテンソルの大きさの変化を示す。初期状態から若干異方性が見られ、せん断が進むに従って偏差ファブリックテンソルの大きさが大きくなる。強度が大きく現れた経路1の方が若干異方性の度合いが小さい傾向にある。

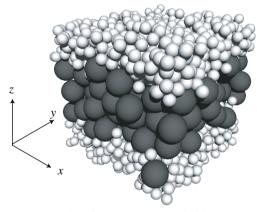
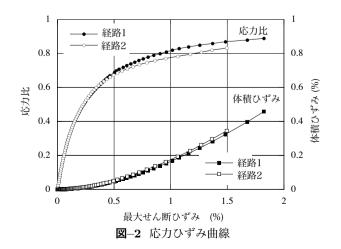


図-1 粒状体ミクロスケール解析モデル



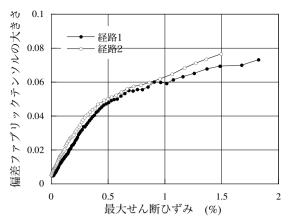


図-3 偏差ファブリックテンソルの大きさ

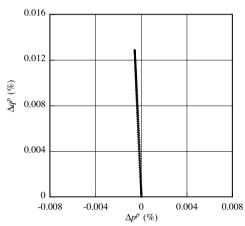


図-4 塑性ひずみ増分応答(経路 1, 応力比 0.6)

## (2) 塑性ひずみ増分応答

経路 1 の応力比 0.6 における応力プローブ試験の結果得られた塑性ひずみ増分応答を例として $\mathbf{Z}-4$  に示す。横軸および縦軸は応力のパラメータp およびq に対応した、塑性ひずみ増分のパラメータである。同図より、p-q 面内の応力プローブ試験においてはほぼ同一方向に塑性ひずみ増分が生じており、流動則が成立するといえる。なお、本研究では経路 1 における応力比 0.2, 0.4, 0.6 の場合にも応力プローブ試験を行ったが、ほぼ同様の結果が得られている。

#### (3) 微視構造異方性と塑性ひずみ増分の関係

図-4に微視構造異方性の度合いを表すファブリックテンソルの大きさと流動則の非関連度を表すp-q 面における降伏面の法線と塑性ひずみ増分方向の角度の差の関係を示す。降伏面の法線方向は最大の塑性ひずみ増分が生じる応力プローブ方向であり、塑性ひずみ増分の方向は最大の塑性ひずみ増分テンソルから求めた。同図より、せん断が進み微視的内部構造の異方性が発達するのにしたがい非関連度が大きくなることがわかる。

図-6 に塑性ひずみ増分テンソルとファブリックテンソル について、それぞれの単位テンソルを算出し内積したパラメータ  $\alpha$  と応力増分方向の関係について示す。縦軸の内積

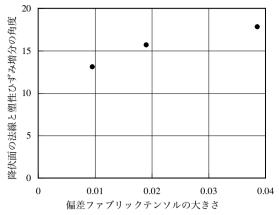
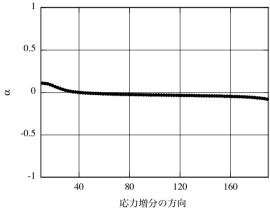


図-5 微視構造異方性と非関連度



**図**-**6** ファブリックテンソルと塑性ひずみ増分テンソルの内積(経路1,応力比0.6)

は、2つのテンソルが直交する場合には 0、等しい場合には 1 となるが、同図より、塑性ひずみ増分とファブリックテンソルはほぼ直交することがわかる。特に、増分線形モードが卓越し大きい塑性ひずみ増分が生じる応力プローブ方向 100°付近においてはほとんど 0 であり、増分線形モードの塑性ひずみ増分はほぼ微視的内部構造を表すファブリックテンソルに直交すると言える。ここでは、紙面の都合上他のプローブ試験結果については省略するが、同様の結果が得られている。

#### **4.** おわりに

本研究では、塑性ひずみ増分応答と塑性ひずみ増分の関係について検討し、増分線形モードの塑性ひずみ増分がファブリックテンソルと直交することなどを示した。今後、いくつかの微視構造の異なるモデルにより検証するなど詳細な検討を進めたいと考えている。

#### 参考文献

- 1) 石井建樹, 金子賢治, 岸野佑次: 粒状体の塑性変形メカニズム に関する微視力学的考察, 土木学会論文集, No. 722/III-61, pp. 289-302, 2002.
- Kaneko, K., Terada, K., Kyoya, T. and Kishino, Y., Globallocal analysis of granular media in quasi-static equilibrium, Int. J. Solids Struct., 40, pp. 4043-4069, 2003.
- 3) 金子賢治・堤成一郎・高嶋孝征・熊谷浩二:マルチスケールモデリングに基づく粒状体の負荷面の評価, 土木学会論文集, Vol. 62, pp. 667-678, 2006.