# 粒状材料の弾性ひずみ増分応答に関する数値実験

# 1. はじめに

粒状材料の構成式に関して塑性ひずみ増分については現 在まで多くの研究者により活発に研究が行われているが,弾 性部分に関しては修正応力を用いて検討している例<sup>1)</sup>等は あるものの,単に等方線形弾性体の構成式を適用している ことが多い.しかしながら,弾性変形として取り扱う必要 のある部分と塑性変形として取り扱う必要のある部分とに 正確に分離して考える方が塑性部分の構成式を考える上で も合理的である.本研究では,粒状体マルチスケール解析<sup>2)</sup> におけるミクロスケール解析を用いて数値実験を行い,粒 状材料の弾性ひずみ増分応答について検討・評価する.

### 2. 粒子の弾性特性と集合体の平均挙動

#### (1) 解析の概要

図-1 に本研究に用いた粒状体モデルを示す.本モデルは, 粒径 0.03-0.07mm の範囲で 1073 個の球粒子を立方体領域 にランダムに発生させた後,解析パラメータを設定して等 方応力 100kPa を作用させ,全粒子のつり合い状態を満足 するように作成した.この集合体モデルに対して粒子間摩 擦角を一定とし,バネ剛性の法線方向成分と接線方向成分 の比を 0.7 と一定にして  $\sqrt{s_N^2 + s_T^2}$ を変化させたものを 8 種類と, $\sqrt{s_N^2 + s_T^2}$ を 100kN/m として法線および接線方向 のバネ剛性比  $s_T/s_N$  を変化させたものを 9 種類準備した.

これらのモデルに対して、等方応力状態で $\bar{p}$ -q面における 応力プローブ試験を行った.ここで、 $q \wr \sqrt{2}(\Sigma_{zz} - \Sigma_{xx})/\sqrt{3}$ と定義されるせん断応力である。また、 $\bar{p} \wr \sqrt{3}p$ であり、  $\sqrt{\bar{p}^2 + q^2} = \|\Sigma\|$ となるように平均応力pを補正した応力 パラメータである。応力プローブ試験は応力増分の大きさ 1kPa とし、1°毎 360 方向について行った。

### (2) 解析結果とその考察

図-2に、 $\sqrt{s_N^2 + s_T^2} = 100$ kN/m、 $s_T/s_N = 0.7$ の場合の数 値実験結果と等方弾性構成式とを比較して示す. 図中の弾 性ひずみ増分に関するパラメータ $\Delta p^e$ ,  $\Delta q^e$ は、応力のパラ メータ $\bar{p}$ およびqに対応した弾性ひずみ増分のパラメータ である. また、ここではヤング率とポアソン比をp軸方向 とq軸方向への2つの経路のプローブ試験結果を代表値と して算出した.本モデルに対するヤング率は81.83 MPa、ポ アソン比は0.119 となり、これらを用いて弾性ひずみ増分 を計算している. 同図から、初期等方応力状態における弾 性ひずみ増分応答は、等方弾性体の構成式で非常に精度良 く近似できることがわかる. なお、その他のパラメータを 用いたモデルについても同様に等方弾性体の構成式で近似

八戸工業大学	学生会員	○坂頂達也・相澤龍弥
八戸工業大学	正会員	金子賢治・熊谷浩二



可能であった.

各モデルについて同様にして求めたヤング率およびポア ソン比とバネ剛性の大きさの関係を図-3に示す.同図より, より硬い粒子を用いるほど集合体のヤング率も大きく硬く なり,バネ剛性の大きさとヤング率は両対数グラフでほぼ 直線関係にある.法線方向と接線方向のバネ剛性が一定で あればポアソン比はほとんど変わらないといえる.



図-4 はバネ剛性比 *s*<sub>T</sub>/*s*<sub>N</sub> とヤング率, ポアソン比の関係を示している. 同図より, バネ剛性が 0.6 以上であれば ヤング率はほとんど変化しないが, バネ剛性比が 0.5 以下 となるとバネ剛性の大きさは一定にしているにもかかわら ず急激に低下することがわかる.また, ポアソン比は, バ ネ剛性比が小さくなるにしたがって大きくなる.

また,砂質土のヤング率は通常10<sup>1</sup>MPa 程度のオーダー であり,本研究で用いているミクロスケール解析手法を用 いて砂質土の挙動を解析する場合には,バネ剛性の大きさ を10<sup>1</sup>kN/m 程度に設定すべきことがわかる.砂質土の一 般的なポアソン比は0.1~0.3 程度であり,バネ剛性比が0.1 ~0.8 の範囲ではほぼ妥当な値を示すといえる.

### 3. 種々の応力状態における弾性ひずみ増分応答

# (1) 解析の概要

ここでは、種々の応力状態における弾性ひずみ増分応答 について検討する。等方圧縮と平均応力一定三軸圧縮方向 に載荷し、いくつかの応力状態において $\bar{p}-q$ 面における応力 プローブ試験を行う。解析モデルは前章と同様であり、法 線および接線方向剛性  $s_N = 50$ kN/m,  $s_T = 35$ kN/m, 粒子 間摩擦角  $\phi = 15^\circ$  を用いた。



### (2) 解析結果とその考察

等方圧縮経路においては、弾性ひずみ増分は前章と同様 に等方弾性体の構成式で近似可能な結果となった。同様に して求めたヤング率・ポアソン比と等方拘束圧の関係を図 -5に示す。同図より、拘束圧が大きくなるとヤング率は若 干大きくなり、ポアソン比は若干小さくなることがわかる。 粒状集合体の弾性変形特性は拘束圧に依存して変化し、拘 束圧が大きくなるほど硬くなり、ヤング率およびポアソン 比は拘束圧とほぼ線形関係にある。

次に,平均応力一定三軸圧縮経路上の応力状態における 応力プローブ試験の結果得られた弾性ひずみ増分応答を図 -6に示す.同図より,平均応力一定三軸圧縮経路における せん断載荷が進展すると,弾性ひずみ増分応答が表す楕円 が徐々に傾いていく様子がわかる.このことは,せん断が 進むと弾性応答の異方性が大きくなり,等方弾性体の構成 式では表現できないことを意味している.このような弾性 ひずみ増分応答の誘導異方性は,微視的内部構造の変化に 起因するものと推測される.

### 4. **まとめ**

本研究では、粒状材料の弾性変形特性について考察・検討 するために粒状体マルチスケール解析における微視スケー ル解析を用いて数値実験を行った.具体的には、粒子の弾 性特性と集合体の弾性特性の関係、種々の応力状態におけ る弾性ひずみ増分応答の誘導異方性について示した.また、 今後の課題として、初期異方性を有する粒子集合材料の弾 性特性や誘導異方性を含む粒状材料の弾性構成式の定式化 等が挙げられる.

# 参考文献

- 檜尾正也,中井照夫,星川拓哉,三輪時弘:修正応力 t<sub>ij</sub> を 用いた弾性式,第 32 回地盤工学研究発表会講演概要集,pp. 461-462,1997.
- Kaneko, K., Terada, K., Kyoya, T. and Kishino, Y., Globallocal analysis of granular media in quasi-static equilibrium, *Int. J. Solids Struct.*, 40, pp. 4043-4069, 2003.