

地盤材料の脆性・軟化挙動を考慮した土の構成モデルに関する研究

東北学院大学 学生会員 菅原 光哉
 東北学院大学 学生会員 長谷川 滋
 東北学院大学 正会員 飛田 善雄

1. はじめに

土の脆性挙動に関する研究は、設計において引張り強度が必要とされないため、ほとんどされてこなかった。しかし、土の脆性挙動は、地盤の破壊問題や実務において重要である。土の脆性挙動を把握し、適切な構成モデルを構築し、適切に数値解析に適用できれば、土構造物の静的安定・地震時安定に対して新たな知見を与える事も可能といえる。本研究では、引張りせん断時における脆性挙動の表現を試み、その結果について考察を行う。また、本論文では引張りを正とする。

2. 脆性挙動を表現する構成モデル

脆性挙動を考える場合、土はコンクリートと極めて類似した性質をもち、さらにコンクリートは実験的研究、モデルに対する研究、数値解析手法の研究が進んでいる。その中で提案されているモデルより、Ortiz¹⁾が提案したモデルを基本として検討を行う。Ortiz モデルは熱力学に基づくモデルであり、土への適用を考えた場合に最も可能性の高いモデルと考えられる。

3. Ortiz モデル

Ortiz モデルは、混合体理論を用いてモルタル(脆性)と粗骨材(塑性)の相互作用を加味したモデルである。ここでは、モルタル(脆性)のみを対象とした。

Ortiz モデルの一番の特徴は、引張り応力場と圧縮応力場の両方で脆性挙動を表現できることである。それを可能にするための第一の工夫は、応力を引張り成分 σ^+ と圧縮成分 σ^- に分けて考えている。引張りではモード I のクラックの開口、圧縮ではモード II のクラックに沿うすべりに対応している。第二の工夫は式(1)で定義される損傷関数である。

$$\Phi(\sigma, \mu) = \frac{1}{2} \sigma^+ : \sigma^+ + \frac{1}{2} c \sigma^- : \sigma^- - \frac{1}{2} t^2(\mu) = 0 \quad (1)$$

式(1)では交差効果係数(cross effect coefficient)と呼ばれるパラメータ c 1つで圧縮応力場と引張り応力場の脆性挙動の違いを表現している。また、 $t(\mu)$ は損傷の進展に関する限界応力である。ここで、引張り応力場に対する限界応力 $t^+(\mu)$ と圧縮応力場に対する限界応力 $t^-(\mu)$ は式(2)で表される。

$$\left. \begin{aligned} t^+(\mu^+) &= f_t \exp \left\{ \frac{\log(1 + E^0 \mu^+)}{1 + E^0 \mu^+} \right\} \\ t^-(\mu^-) &= f_t \exp \left\{ \frac{\log(1 + c E^0 \mu^-)}{1 + c E^0 \mu^-} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 E^0 はクラックの無い状態でのヤング係数である。 μ^+ と μ^- はそれぞれ引張り応力場と圧縮応力場に対する損傷の累積を表すパラメータであり、その速度形式は式(3)で表される。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu}^+ &= \frac{\mathbf{s}^+ : \mathbf{D} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}}{\mathbf{s}^+ : \mathbf{D} : \mathbf{s}^+ + t^+(\mu^+)(t^+(\mu^+))'} \\ \dot{\mu}^- &= \frac{\mathbf{s}^- : \mathbf{D} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}}{\mathbf{s}^- : \mathbf{D} : \mathbf{s}^- + t^-(\mu^-)(t^-(\mu^-))'} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{s}^+ = \boldsymbol{\sigma}^+$ で、 $\mathbf{s}^- = c \boldsymbol{\sigma}^-$ である。

Ortiz モデルでは、4階の弾性コンプライアンステンソルそれぞれ自身を材料の損傷の程度を表現する内部変数としている。弾性コンプライアンステンソルを、非損傷部分と損傷部分、さらに、モード I とモード II に対応するように次のような加算分割を行う。

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{C}^0 + \mathbf{C}^c \\ \mathbf{C}^c &= \mathbf{p}^+ : \bar{\mathbf{C}}_I^c : \mathbf{p}^+ + \mathbf{p}^- : \bar{\mathbf{C}}_{II}^c : \mathbf{p}^- \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{p}^+ (\mathbf{p}^-) は引張り(圧縮)応力のみを選択する操作であり、 $\mathbf{p}^+ = \mathbf{0}$ ($\mathbf{p}^- = \mathbf{0}$) のとき、すなわち全ての応力主値が圧縮(引張り)であるときには、 $\mathbf{C}_I^c = \mathbf{0}$ ($\mathbf{C}_{II}^c = \mathbf{0}$) となることを意味している。

全てのクラックが活性な場合の損傷コンプライアンスの発展則はそれぞれ次のように与えられる。

$$\dot{\bar{\mathbf{C}}}_I^c = \dot{\mu}^+ \frac{\boldsymbol{\sigma}^+ \otimes \boldsymbol{\sigma}^+}{\boldsymbol{\sigma}^+ : \boldsymbol{\sigma}^+} ; \dot{\bar{\mathbf{C}}}_{II}^c = c \dot{\mu}^- \frac{\boldsymbol{\sigma}^- \otimes \boldsymbol{\sigma}^-}{\boldsymbol{\sigma}^- : \boldsymbol{\sigma}^-} \quad (5)$$

式(4)の逆を求めることで、損傷の影響を考慮した剛性テンソルが得られる。

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}^{-1} \quad (6)$$

応力速度と弾性ひずみ速度の関係式より式(7)が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}} &= \mathbf{D} : (\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^c) \\ \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^c &= \dot{\mu}^+ \mathbf{s}^+ + \dot{\mu}^- \mathbf{s}^- \end{aligned} \quad (7)$$

式(1)~(7)より、次式で定義される応力速度 - ひずみ速度関係が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}} &= [\mathbf{D} - \mathbf{D}^c - \mathbf{D}^c] : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \\ \mathbf{D}^c &= \frac{(\mathbf{D} : \mathbf{s}^+) \otimes (\mathbf{D} : \mathbf{s}^+)}{\mathbf{s}^+ : \mathbf{D} : \mathbf{s}^+ + t^+(\mu^+)(t^+(\mu^+))'} \\ \mathbf{D}^c &= \frac{(\mathbf{D} : \mathbf{s}^-) \otimes (\mathbf{D} : \mathbf{s}^-)}{\mathbf{s}^- : \mathbf{D} : \mathbf{s}^- + t^-(\mu^-)(t^-(\mu^-))'} \end{aligned} \quad (8)$$

4. 計算結果

Ortiz モデルに座標変換を用いて、引張りせん断時の計算を行った。材料定数は、ヤング係数 $E^0 = 100$ (MPa), ポアソン比 $\nu = 0.2$, 引張り強度 $f_t = 0.018$ (MPa), 圧縮強度 $f_c = 0.18$ (MPa), 交差効果係数 $c = 1/100$ とした。

図 1 に 1 軸引張り時と 1 軸圧縮時の応力 - ひずみ関係の比較を示す。1 軸引張り時と 1 軸圧縮時の応答の違いを示している。

図 2 に 1 軸引張り時におけるせん断応力 - せん断ひずみ関係の計算結果を示す。ピーク値は引張り強度と同等の値を示し、ピーク後はひずみ軟化挙動を示した。

1 軸引張り時に発生したクラックが主応力軸の回転に対する影響を考え、1 軸引張りでのひずみ軟化挙動を示した後に 1 軸引張りから純粋せん断を加えた計算を行った。この結果の引張り応力場の主応力 - 主ひずみ関係を図 3 に示す。また、1 軸引張り時の主応力 - 主ひずみ関係と比較する。この計算における 1 軸引張りから純粋せん断に変えたひずみは 0.002 としている。この結果では、純粋せん断を加えた後は、1 軸引張り時の挙動から外れる結果が得られた。

地表面での地震時のクラックの発生を考え、初期応力を加えた状態から、純粋せん断による繰り返し載荷時の計算を行った。この計算でのひずみは \sin の関数とし、初期応力として水平方向から 0.01 (MPa), 鉛直方向から 0.02 (MPa) の圧縮を加えて、計算を行った。この結果の引張り応力場の主応力 - 主ひずみ関係を図 4 に示す。この計算では、除荷過程と再載荷時の除荷時の応力に達するまでの挙動は、損傷が進展しないと計算を行った。載荷しはじめたときの引張り応力場の応力はなく、ある程度ひずみがでたところから、応答を示した。

5. まとめ

引張りせん断時の脆性挙動の表現を試み、数値計算を行った。引張りせん断時についての考察を以下に示す。

1 軸引張り時, 1 軸圧縮時における脆性挙動の表現は可能であると考えられる。また, 純粋せん断時の脆性挙動は座標変換を用いる事によって表現が可能であると考えられる。

1 軸引張りでのひずみ軟化挙動を示した後に 1 軸引張りから純粋せん断を加えた場合の計算においては, 主応力軸が 1 軸引張り時の載荷方向から徐々に回転していくため, 1 軸引張り時の挙動より離れていく結果が得られたと考えられる。

繰り返し載荷時の挙動は, 初期応力があるため, その応力が反力として作用すると考えられる。そのため, 引張り応力場の主応力 - 主ひずみ関係において, はじめの応力は発生しないと考えられる。

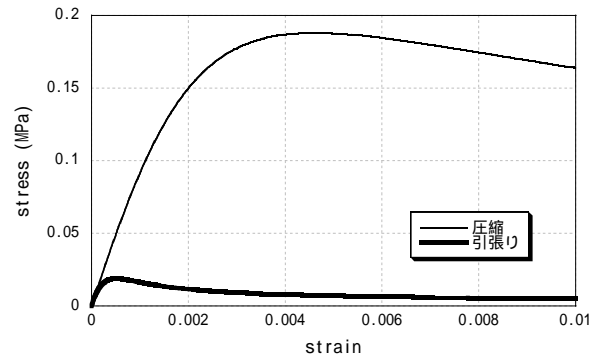


図 1 1 軸引張り時と 1 軸圧縮時の応力 - ひずみ関係

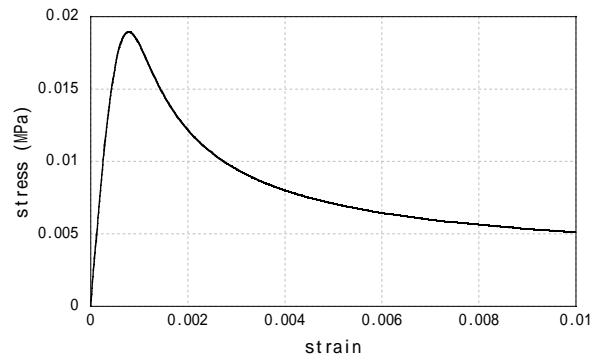


図 2 せん断応力 - せん断ひずみ関係

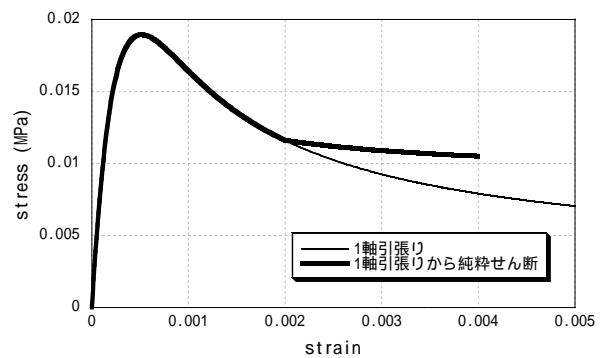


図 3 1 軸引張りから純粋せん断の主応力 - 主ひずみ関係

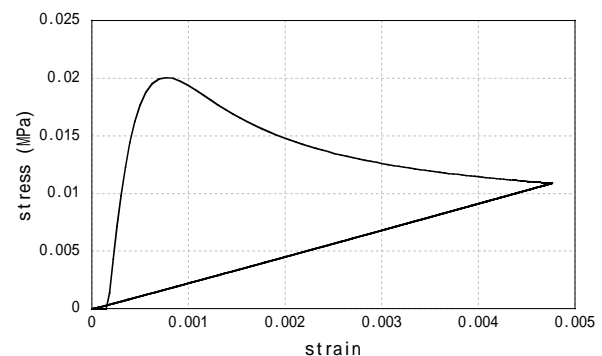


図 4 繰り返し載荷時の主応力 - 主ひずみ関係

参考文献

- 1) Ortiz.M: A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete, Mechanics of Materials 4, pp.67-93, 1985