

# 曲げ载荷方法とせん断弾性係数の推定精度について

秋田大学	学生員	大黒屋	信	英
秋田大学	正員	後藤	文彦	
秋田大学	学生員	千田	知弘	
秋田大学	正員	薄木	征三	

## 1. はじめに

アメリカ材料試験学会 (ASTM D198)<sup>1)</sup>の基準では木材梁の曲げ試験より求めたヤング率  $E'$  と梁の  $\frac{h}{\ell}$  の関係からせん断補正係数  $k$  を用いてせん断弾性係数  $G$  を推定する方法を提案している．ここで  $k$  は、等方性材料に対して、ポアソン比のみで決まる値である．しかし、木材は直交異方性材料なので、等方性材料の  $k$  を用いるのは正確ではない．そこで、木部材を直交異方性材料として有限要素モデル化し、荷重とたわみの関係から  $k$  を逆算することを試みるが、この逆算方法<sup>2)</sup>は、せん断変形の影響が十分に大きくないと精度が落ちるため、せん断変形の影響の異なる3点曲げ、5点曲げ载荷モデルで数値解析を行い、その精度を考察する．

## 2. 解析手法、モデル

単純梁(3点曲げ)は対称条件から片持ち梁とみなし解析を行う．5点曲げは対称条件から図-1の梁の解析を行う．それぞれ、幅  $b = 2\text{cm}$ 、桁高  $h = 2\text{cm}$ 、軸長  $\ell$  を  $2 \sim 40\text{cm}$  の範囲で  $2\text{cm}$  ずつ変化させた場合と、幅  $b = 2\text{cm}$ 、桁高  $h = 20\text{cm}$ 、軸長  $\ell$  を  $20 \sim 400\text{cm}$  の範囲で  $20\text{cm}$  ずつ変化させた場合を行う．解析ではオープンソースの有限要素解析ツール、CalculiX を用いる．図-2のように固定端側の断面の図心を原点とし、幅方向に  $x$  軸、桁高方向に  $y$  軸、軸長方向に  $z$  軸をとる．対称性を利用して  $yz$  面で切断された半分 ( $b/2$ ) を解析対象とする．要素分割数は幅方向 ( $n_x$ ) = 5、桁高方向 ( $n_y$ ) = 20、軸長方向 ( $n_z$ ) = 100 とした．境界条件は、3点曲げにおいては、固定端面 ( $xy$  断面) 上の節点の  $z$  方向、および中立軸の  $y$  方向変位を拘束、対称面 ( $yz$  面) 上の節点を  $x$  方向変位を拘束する．5点曲げは、さらに単純支持面の中立軸の  $y$  方向変位を拘束する．解析に用いた集成材の材料定数は、ヤング係数は  $E_{zz} = 10\text{GPa}$ 、 $E_{xx} = E_{yy} = 0.4\text{GPa}$ 、せん断弾性係数は  $G_{xy} = G_{xz} = G_{yz} = 0.7\text{GPa}$ 、ポアソン比は  $\nu_{xy} = \nu_{xz} = \nu_{yx} = \nu_{yz} = 0.016$ 、 $\nu_{zx} = \nu_{zy} = 0.4$  とした．

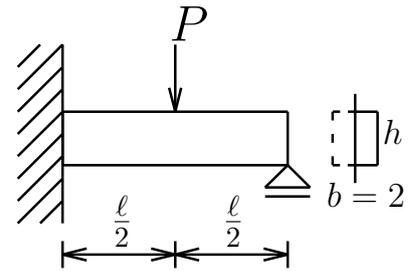


図-1 5点曲げの解析

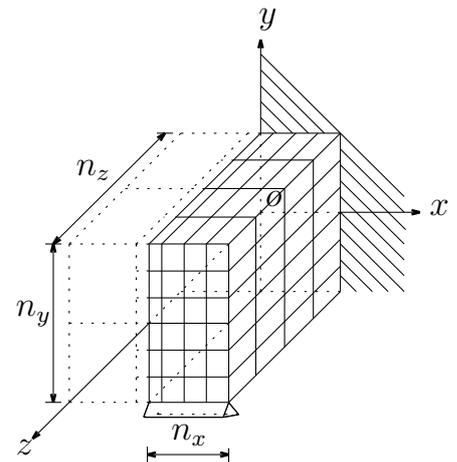


図-2 解析モデル

## 3. 計算結果

図-1で支間中央部に鉛直荷重  $P$  を受ける際の载荷点のたわみ (ティモシェンコの梁理論) は、

$$v_t = \frac{7P\ell^3}{768EI} + \frac{73P\ell}{256GkA} \dots\dots\dots (1)$$

となる．ここで、 $E$  はヤング率、 $I$  は断面2次モーメント、 $G$  はせん断弾性係数、 $A$  は断面積である．CalculiXでFEM解析を行い、集成材のたわみ  $v$  を求め、初等梁理論とティモシェンコ梁理論 ( $k = \frac{5}{6}$ ) との相対誤差を図-3に示す． $h = 2\text{cm}$ 、 $20\text{cm}$  の断面もほぼ変わらない．初等梁理論とFEM解との相対誤差は5点の方が大きく出ているので、3点に比べてせん断変形の影響が強くていえる．ティモシェンコ解とFEM解の比較では、3点も5点も軸長を十分にとると、ほとんど誤差がなくなる．これは木材の  $G$  を用いてもFEM解はティモシェンコ解と近くなるといえる．次に、式(1)を  $k$  について解くと、次式のようになる．

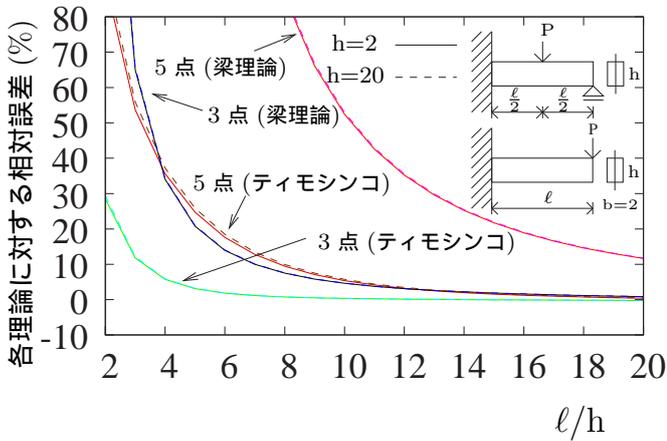


図-3 各理論との相対誤差

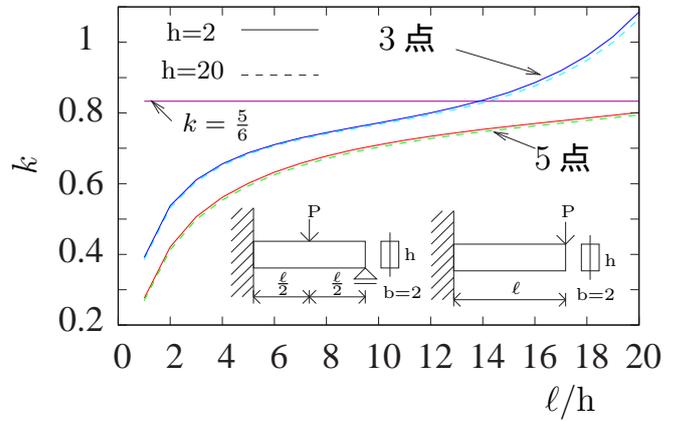


図-4 k の逆算

$$k = \frac{73P}{256GA} \cdot \frac{\ell}{v_t - \frac{7P\ell^3}{768EI}} \dots\dots\dots (2)$$

FEM 解析から得られる荷重  $P$  とたわみ  $v$  を式 (2) に代入し、 $k$  を逆算した場合について図-4 に示す。  $\frac{\ell}{h} < 4$  と、極端に太短い場合は、ティモシェンコ梁モデルも成立しなくなるような変形が生じて逆算精度が落ち、 $k$  の値が小さく出ていると思われる。一方、 $\frac{\ell}{h}$  が大きくなり細長い梁になるほど、せん断変形は小さくなり、式 (2) 第二項分母における FEM のたわみ  $v$  と初等梁のたわみ  $\frac{7P\ell^3}{768EI}$  との差が小さくなっていくために  $k$  の値が大きくなっていくと考えられる。特に 3 点曲げではこの影響が表れているが、せん断変形の大きい 5 点曲げではこの影響はそれほど顕著ではない。

そこで、5 点曲げから  $G$  と  $E$  を推定してみる。式 (1) の第 2 項を無視して、荷重とたわみの関係から求まる (せん断変形の影響が含まれている) 見かけ上のヤング率を  $E' = \frac{7P\ell^3}{768Iv}$  とおくと、式 (1) は、次式のようになる。

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{73}{28kG} \left(\frac{h}{\ell}\right)^2 \dots\dots\dots (3)$$

FEM 解から得られる  $\frac{1}{E'}$  と  $\left(\frac{h}{\ell}\right)^2$  の関係をプロットし、回帰直線を描いたものを図-5 に示す。そして、この回帰曲線の切片と傾きから  $E$  と  $G(k=\frac{5}{6})$  を推定する。

$G = 576\text{MPa}(17.7\%)$ ,  $570\text{MPa}(18.6\%)$ ,  $E = 10.23\text{GPa}(2.3\%)$ ,  $10.22\text{GPa}(2.2\%)$  となる。ここで  $k$  を、 $\frac{\ell}{h} = 10 \sim 20$  の平均値 (0.7595, 0.7529) を使い  $G$  を逆算すると、 $G = 632\text{MPa}(9.7\%)$ ,  $631\text{MPa}(9.9\%)$  となる (括弧内は FEM モデルとの相対誤差)。  $G$  の推定は、 $k=\frac{5}{6}$  を使うと FEM モデルの  $G$  より 20% 程度低い  $G$  が推定されてしまうが、 $k$  が落ち着いてるところを使うと精度がよくなる。

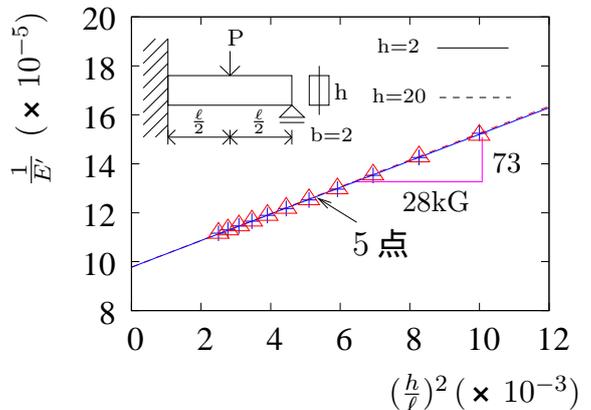


図-5 せん断弾性係数推定プロット

#### 4. まとめ

FEM による曲げ試験のシミュレーションにおいては、3 点曲げよりもせん断変形の影響の大きい 5 点曲げの方が計算精度が高いようである。そこで、この 5 点曲げのシミュレーションから ASTM の方法でせん断弾性係数を推定したところ、FEM モデルの値よりも 10% 程度低めの値が推定された。まだ FEM の計算精度に吟味すべき点も残るが、曲げ試験によるこの推定方法ではやや低めのせん断弾性係数が推定されている可能性もある。

#### 参考文献

- 1) American Society for Testing and Materials: Standard test methods of static tests of lumber in structural sizes, ASTM Standards, D198-94, 1994.
- 2) 後藤文彦・麓貴行・薄木征三・佐々木貴信: 曲げ試験による木材梁せん断弾性係数推定の精度, 構造工学論文集, Vol. 49A, 2003