

複合材料と多結晶体の平均弾塑性接線係数予測

東北大学工学部

○学生員 片野 俊一

東北大学大学院工学研究科

正 員 岩熊 哲夫

1. まえがき

複合材料の平均挙動予測では森・田中や Hashin-Shtrikman の手法が代表的であり、これらは材料の設計に有効である。弾性の場合の既往の研究¹⁾では、3 相材料森・田中理論において母材の体積比率を零にすることによって、2 相問題の Hashin-Shtrikman の解より実験値を良く予測するという手法も提案されている。本論文ではこの手法の発展として、架空の母材剛性の選択法をひずみエネルギー最小化問題から行列式の最小化問題に置き換える。さらにこのモデルを弾塑性に拡張し、その弾塑性挙動を既存の実験値や他の解析結果と比較する。

2. 3 相材料に対する増分型森・田中理論の定式化

無限体である母材中に 2 種類の回転楕円体介在物が分布している 3 相複合材料を仮定し、森・田中理論を用いて平均化する。母材は等方弾性体とし、介在物のみが Prandtl-Reuss の関連流れ則に従って降伏する場合、巨視的な応力増分 $\dot{\sigma}$ が作用したときの巨視的な全ひずみ増分 $\dot{\varepsilon}$ は

$$\dot{\varepsilon} = \left[\bar{C}^{-1} + \sum_{i=1}^2 f_i \left(P_i - \bar{C}^{-1} M_i \right) \frac{1}{H_i} \frac{\sigma'_i \otimes \sigma'_i}{4(J_2)_i} Z_i \right] \dot{\sigma} \quad (1)$$

と表される。ここに、 f_i は介在物 $i (= 1, 2)$ の体積比率であり、 σ'_i は介在物の偏差応力、 $(J_2)_i$ はその第 2 不変量を表す。 H_i は介在物の硬化係数である。また、 $\bar{C}^{-1}$ は巨視的な接線弾性係数コンプライアンスであり、 P_i , M_i , Z_i は母材と介在物の材料特性および介在物形状、方向によって決まる 4 階のテンソルであるが、その具体的な定義は省略する。

3. 架空の母材を導入した 2 相問題の平均化手法

本研究では 3 相材料に対する平均応力ひずみ式 (1) において $f_1 + f_2 = 1$ 、すなわち母材の体積比率を零にした極限の場合の平均化について考える。この手法では 2 種類の介在物を同等に扱えるため介在物間の相互作用をより高次に表現でき、また 2 種類の介在物を同等に扱えるため、母材の無い多結晶体にも適用できると考えている。さらに存在しない架空の母材の剛性を適切に選択することで実験値と整合するような弾塑性接線係数を予測できる。ここでは文献¹⁾²⁾のひずみエネルギーを

$$W \equiv \frac{1}{2} \dot{\sigma} \dot{\varepsilon} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 f_i (\dot{\varepsilon}_i^* + \dot{\varepsilon}_i^p) C_M (S_i - I) (\dot{\varepsilon}_i^* + \dot{\varepsilon}_i^p) \quad (2)$$

と弾塑性に拡張する。ここに C_M は母材の弾性係数テンソル、 S_i は Eshelby のテンソルであり、 I は 4 階の単位テンソルを表す。また $\dot{\varepsilon}_i^*$, $\dot{\varepsilon}_i^p$ はそれぞれ介在物内部の eigen ひずみ増分、塑性ひずみ増分であり、これらを例えば $\dot{\varepsilon}$ で表すと式 (2) は

$$W \equiv \frac{1}{2} \dot{\varepsilon} X \dot{\varepsilon} \quad (3)$$

とおける。ここに X は母材の弾性係数も含む 4 階のテンソルである。

同様に、式 (3) を特殊な載荷状態で $\dot{\sigma}$ で表現すると補ひずみエネルギーに相当する。ここで、文献¹⁾ではひずみエネルギー W が最小になるような母材剛性を選択しているのに対し、本研究では X の行列式を最小にする手法を提案する。これにより、任意の応力・ひずみ状態に対して同一の母材剛性を選択することができる。例として弾性の場合、文献¹⁾と同様に 2 種類の材料定数を $\kappa_A = 2000$ MPa, $\nu_A = 0.3$, $\kappa_B = 300$ MPa, $\nu_B = 0.3$ とおく。このときの平均体積弾性係数の予測結果を比較すると、図-1 の実線のように $\dot{\sigma}$ を与えた場合と $\dot{\varepsilon}$ を与えた場合の 2 つの解が求まり、文献¹⁾や Hashin-Shtrikman の平均化手法を改善する結果を得ることができる。

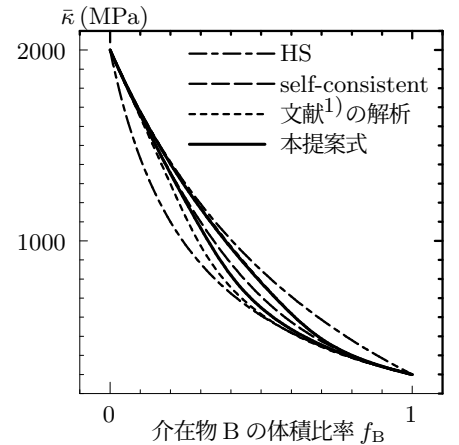


図-1 平均体積弾性係数の解析例 (弾性)

4. 実験値との比較

(1) エポキシシリカ複合材

文献³⁾におけるシリカ粒子で補強したエポキシを想定して一軸圧縮試験の解析を行い、体積比率を変化させた場合の実験値³⁾および解析値³⁾⁴⁾と比較する。エポキシの材料定数はヤング率 $E_A = 3.16$ GPa, ポアソン比 $\nu_A = 0.35$, 降伏応力 $\sigma_y^A = 75.86$ MPa, 硬化パラメータ $h_A = 32.18$ MPa, $n_A = 0.26$ であり、シリカの材料定数は $E_B = 73.1$ GPa, $\nu_B = 0.18$ で降伏しないものとする。両者の形状は球として解析を行った。図-2-a はシリカの体積比率が 15% の場合である。2 本の実線のうち応力が小さい方が $\dot{\epsilon}$ を与えた場合の解であり、降伏直後に若干の差が見られるが、他の解析結果よりも実験値と整合している。 $\dot{\sigma}$ を与えた場合は実験値との差が大きくなるが、この差の大きさと実験値より大きい応力を予測している点を考慮すれば、この程度の体積比率に対しては本提案式は有効であると判断できる。しかしシリカの体積比率が 35% の場合、図-2-b のように降伏後の応力が実験値と比べてかなり大きくなってしまふ。しかし Hashin-Shtrikaman の予測よりは柔らかい結果で、他の予測に近くはなっている。

(2) アルミニウムボロン複合材

実験値との比較として、文献⁵⁾における体積比率が 34% のボロンで補強した 2024Al を想定し、一軸引張試験の解析を行った。アルミニウムの材料定数は $E_A = 55.85$ GPa, $\nu_A = 0.32$, $\sigma_y^A = 79.29$ MPa, $h_A = 827.4$ MPa, $n_A = 0.6$ であり、ボロンの材料定数は $E_B = 379.23$ GPa, $\nu_B = 0.2$ で降伏しないものとする。また、アルミニウムを球形、ボロンを円柱として解析を行った。図-3 において応力が大きい実線が $\dot{\sigma}$ を与えた場合の解、もう一方が $\dot{\epsilon}$ を与えた場合の解を表す。この結果を見ると、ひずみが急激に大きくなる実験値の 3 点を除いて、実験値を実線が狭い範囲で挟み込む形になっており、実験値との整合性を示すことができる。また文献⁵⁾では、上述の 3 点は母材と介在物の間の剥離によって生じていると述べており、その点を踏まえても、本提案式は望ましい結果であることが確認できた。

5. まとめ

架空の母材を導入した弾塑性森・田中理論による平均化手法を用いて解析した結果、アルミニウムボロン複合材のような 2 相材料の剛性差が比較的小さい場合には、体積比率がある程度大きくても実験値と良く整合した。また、エポキシシリカ複合材のような剛性差が大きい材料の場合は、介在物の体積比率が小さいときに実験値との整合性を示すことができた。

参考文献

- 1) 小山茂, 岩熊哲夫, 岩崎智昭, 小倉崇生, 三井康司: 複合材料と多結晶体の平均的性質, 土木学会論文集, No. 661/I-53, pp.265-272, 2000.
- 2) Mura, T.: *Micromechanics of Defects in Solids*, Martinus Nijhoff Publ, 1982.
- 3) Tandon, G.P and Weng, G.J : Theory of particle-reinforced plasticity, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.55, pp.126-135, 1988.
- 4) Doghri, I and Ouair, A : Homogenization of two-phase elasto-plastic composite materials and structures Study of tangent operators, cyclic plasticity and numerical algorithm, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.40, pp.1681-1712, 2003.
- 5) Ju, J.W and Zhang, X.D : Effective elastoplastic behavior of ductile matrix composites containing randomly located aligned circular fibers, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.38, pp.4045-4069, 2003.

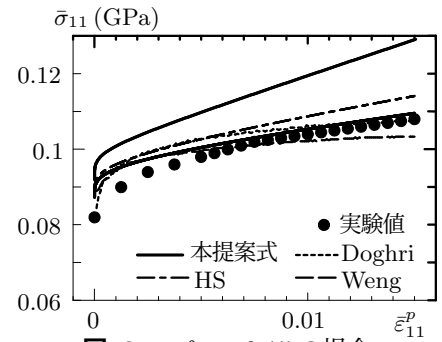


図-2-a $f_B = 0.15$ の場合

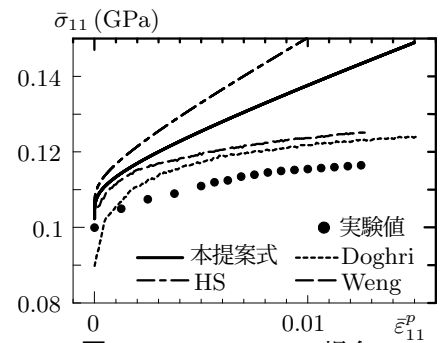


図-2-b $f_B = 0.35$ の場合

図-2 エポキシシリカ複合材の応力塑性ひずみ関係

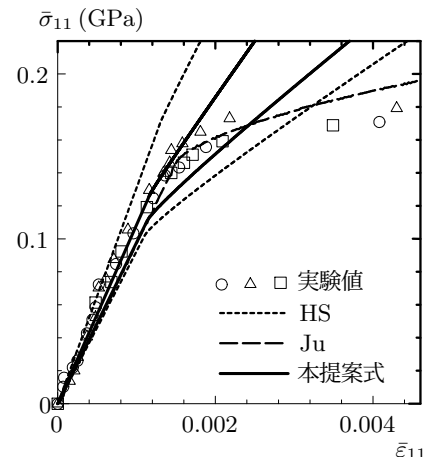


図-3 アルミニウムボロン複合材の応力ひずみ関係