

II-35 河川層-浸透層間に生じる流水交換現象について

東北大学大学院 学生員 ○大友裕隆

東北大学大学院 正会員 泉 典洋

1. はじめに

近年における生物環境への関心の高まりに伴って、河道内の生物環境に関する研究が急速に進んでいる。その中の一つに、hyporheic zone（河床間隙水域）が挙げられる。hyporheic zone とは、河川流との流水交換が活発に生じる浸透層内の領域のことであり、河川流と浸透流の間の流水交換現象が生物環境に大きな影響を与えていることが知られている¹⁾。

礫床河川等の流れのように、底面が透水性の高い浸透層で構成されているような場合、流速の大きい河川流と流速の小さい浸透流の間に不安定が発生し、それによって河川流と浸透流の間に活発な流水交換が生じることが予想される。そこで本研究では、線形安定解析を用いて流水交換の発生機構について明らかにする。

2. モデル

図-1に示すような一様勾配斜面の二層流モデルを考える。流量は流下方向に一定とし、等流状態にある河川流および浸透流に対し微小な擾乱を与え、その擾乱が発達するならば流れは不安定となる。すると二層間の流水交換は活発になると考えられる。

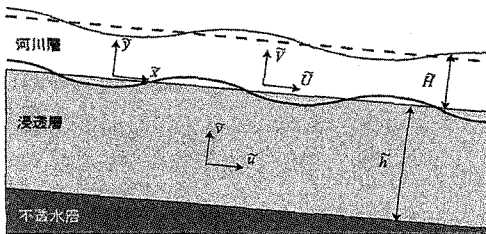


図-1 二層流モデルを示した概念図

3. 無次元化

次のような無次元化を導入する。

$$\begin{aligned} (\tilde{x}, \tilde{y}) &= \tilde{H}_n(x, y), \quad (\tilde{U}, \tilde{V}, \tilde{u}, \tilde{v}) = \frac{\tilde{U}_f}{\varepsilon}(U, V, u, v) \\ (\tilde{P}, \tilde{p}) &= \rho \left(\frac{\tilde{U}_f}{\varepsilon} \right)^2 (P, p), \quad \tilde{t} = \frac{\varepsilon \tilde{H}_n}{\tilde{U}_f} t \end{aligned} \quad (1a-e)$$

ここで $\tilde{H}_n$ および $\tilde{U}_f$ は等流状態における水深および摩擦速度である。 ε は河川層の無次元渦動粘性係数であり、既往の研究に従い 0.077 とする²⁾。

4. 支配方程式

河川層の流れはレイノルズ平均をとった二次元の Navier-Stokes 方程式を用いて次のように表される。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \varepsilon^2 \left(1 + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{1}{\sigma} + \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

ここで $\sigma (=S/\varepsilon^2)$ は正規化された河床勾配である。

また浸透層内の流れはダルシー則を用いて次のように表される。

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\lambda^2} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \varepsilon^2 \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right) - \frac{u}{\phi \sqrt{\sigma}} \quad (5)$$

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\lambda^2} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{\sigma} + \frac{\varepsilon^2 \gamma}{\lambda} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{v}{\phi \sqrt{\sigma}} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

ここで λ は空隙率である。 $\gamma (= \varepsilon_s \tilde{B} / \varepsilon \tilde{H}_n)$ および $\phi (= \tilde{k}_p / (g \tilde{H}_n)^{1/2})$ は無次元パラメータであり、 ε_s は浸透層内の無次元渦動粘性係数、 $\tilde{B}$ は空隙スケール、 $\tilde{k}_p$ は透水係数である。

5. 境界条件

水面($y=H$)での境界条件は、水面に対して接線方向および法線方向の応力がゼロ、運動学的境界条件の三つである。それぞれ次のように表される。

$$e_{ts} \cdot T \cdot e_{ns} = 0 \quad (8)$$

$$e_{ns} \cdot T \cdot e_{ns} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + U \frac{\partial H}{\partial x} = V \quad (10)$$

ここで e_{ts} および e_{ns} は水面に対し、それぞれ接線および法線方向の単位ベクトルであり、 T は応力テン

ソルである。

浸透層上($y=0$)での境界条件は次の四つである。

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\gamma}{\lambda} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad P = p, \quad V = v, \quad U = \frac{u}{\lambda} = \kappa \quad (11a-d)$$

ここで式(11d)はスリップ速度の仮定を用いる。 κ は次のように表される²⁾。

$$\kappa = \varepsilon \left(1.9 + 2.5 \ln \left(\frac{\tilde{H}_n}{k_s} \right) \right) \quad (12)$$

$\tilde{H}_n$ は粗度高さである。

浸透層底面($y=-h$)での境界条件は次の二つである。

$$v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (13a,b)$$

6. 線形安定解析

次のような摂動展開を導入する。

$$(U, V, u, v, P, p, H) = (U_0(y), 0, u_0(y), 0, P_0(y), p_0(y), H_0) + A(U_1(x, y), V_1(x, y), u_1(x, y), v_1(x, y), P_1(x, y), p_1(x, y), H_1(x, y)) \quad (14)$$

ここで A は摂動の微小振幅である。また U_1 および V_1 に関して流関数 $\tilde{\Psi}$, u_1 および v_1 に関して流関数 $\tilde{\psi}$ を導入する。

$$(U_1, V_1) = \left(\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial y}, -\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial x} \right), \quad (u_1, v_1) = \left(\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial y}, -\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial x} \right) \quad (15a,b)$$

流関数は次のような形を持つと仮定する。

$$\tilde{\Psi}(x, y) = \Psi(y) e^{i(kx - \omega t)}, \quad \tilde{\psi}(x, y) = \psi(y) e^{i(kx - \omega t)} \quad (16a,b)$$

k は摂動の無次元波数, ω は複素角速度である。複素角速度 ω の虚部が擾乱の発達速度を表しており、その値が正であれば擾乱が発達することを示す。

P_1 および p_1 , H_1 も式(16)に対応した形を持つとして、式(2)-(13)の支配方程式に式(14)-(16)を代入する。 $O(0)$ で整理すると、等流状態における解が得られる。また $O(1)$ で整理すると $\Psi(y)$ および $\psi(y)$ に関して摂動方程式が導かれ、Chebyshev 多項式展開を導入することにより、 ω を固有値とする一般化固有値問題を導く。これを解くことで得られた複素角速度 ω の虚部が発達速度 Ω となる。

5. 結果と考察

図-2 に $h=1$, $\lambda=0.3$, $\gamma=0.1$, $\phi=0.3$, $\kappa=0.77$ における発達速度 Ω の等高線図を示す。横軸が擾乱の無次元波数 k , 縦軸が等流状態における河川流のフルード数 $F_n (= \sigma^{1/2}(\kappa+1/3))$ である。ここで実線が正のコンタ, 太い実線が中立曲線, 点線が負のコンタである。

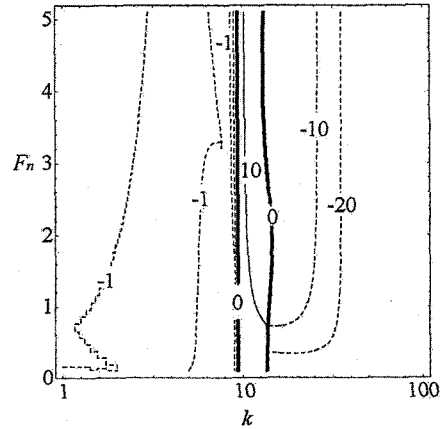


図-2 発達速度 Ω の等高線図

中立曲線から正の領域で流れは不安定となり、擾乱が発達することを示している。図-2 から正の Ω はフルード数によらず無次元波数 k が 9-15 程度の領域に現れることがわかる。すなわちこの波数領域において河川層-浸透層間の流水交換が活発になると考えられる。また Ω は正の最大値を有している。よって無次元卓越波数 k_c が存在し、擾乱の卓越波長は次のように表される。

$$\tilde{L} = \frac{2\pi}{k_c} \tilde{H}_n \quad (17)$$

k_c はほぼ 10 に近い値をとり、式(17)に代入すると、擾乱の卓越波長 $\tilde{L}$ は等流水深の 0.6 倍程度の大きさを有していることがわかる。

6. まとめ

河川流、浸透流の支配方程式を用いて線形安定解析を行い、河川層-浸透層間の流水交換現象の発生機構について調べた。その結果、フルード数によらず限られた波数領域で流れは不安定となり、等流水深の 0.6 倍程度の波長が卓越し、流水交換現象が発達することがわかった。

参考文献:

- 1) Boulton, A.J., Findlay, S., Marmonier, P., Stanley, A.H. & Valett, H.M.: The functional significance of the hyporheic zone in streams and rivers, Annual Review of Ecology and Systematics, 29, pp.59-81, 1998.
- 2) 泉典洋, Nguyen HUY PHOUNG: 転波列発生の不安定性理論, 応用力学論文集, Vol.4, pp.611-618, 2001.