

II-32 MPS法による多孔質体内2相流解析

 東北大学 学生会員 ○進藤一弥
 東北大学 正員 寺田賢二郎

1. 始めに

本論文では多孔質材料における2相浸透流れに対して均質化法を導入し、マルチスケール解析の理論構築を図り、さらにMPS法を用いてその数値解析を行う。多孔質体を2種類の流体と固相からなる多相複合材料と見なして均質化法による定式化を行うことで、ミクロスケールとマクロスケールを繋ぐ数値モデルを導出する。ミクロ解析には設計の変更に柔軟に対応できるメッシュレス法の一つであるMPS法を適用し、その有用性についても検証する。

2. 均質化法による定式化

本論文における流体は非圧縮性であり、Newton流体仮定する。本論文で対象とするような空隙のスケールが数十 μm 程度の多孔質体内部での流れは、表面張力や粘性の影響に支配され、流れは非常に緩慢なものになる。このとき、移流項は無視することができるので、流れはStokes方程式に従うものとして差し支えない。また、固体媒体と流体の境界面に非滑り条件を適用し、固体媒体は剛体とする。

ミクロ領域における支配方程式は以下の質量保存則、Stokes方程式、構成則から成る。

$$\frac{\partial \rho_\alpha^e}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_\alpha^e v_{\alpha i}^e)}{\partial x_i} = 0 \quad \text{in } \Omega_i^e \quad (1)$$

$$\rho_\alpha \frac{\partial v_{\alpha i}^e}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{\alpha ij}^e}{\partial x_j} + \rho_\alpha^e f_i \quad \text{in } \Omega_i^e \quad (2)$$

$$\sigma_{\alpha ij}^e = -p_\alpha^e \delta_{ij} + \mu_\alpha^e \frac{\partial v_{\alpha i}^e}{\partial x_j} \quad \text{in } \Omega_i^e \quad (3)$$

$$\alpha = \begin{cases} a & : \text{気相} \\ w & : \text{液相} \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 ρ_α は各相の密度、 $v_{\alpha i}^e$ は各相の流速、 μ_α^e は各相の粘性係数、 p_α^e は各相の圧力である。添え字 α は各相を表す。また、液相と気相の相互作用は

$$\sigma_{wij}^e n_j - \sigma_{a ij}^e n_j = \bar{\sigma}_{ij}^e n_j \quad \text{on } \Gamma_{\text{surf}}^e \quad (5)$$

と表され、ここで、 Γ_{surf}^e は界面上を表す。また、 $\bar{\sigma}_{ij}^e$ は相の分布が定まれば一意的に定まるものとする。

相の分布は既知であるものとして、均質化法¹⁾を適用するとミクロ・マクロスケールの支配方程式はそれぞれ次のようになる。

• ミクロスケール

$$\mu_\alpha \frac{\partial^2 \kappa_{\alpha ik}}{\partial y_j \partial y_j} = \delta_{ik} \quad \text{in } Y_i \quad (6)$$

$$\frac{\partial \kappa_{\alpha ik}}{\partial y_i} = 0 \quad (7)$$

$$\kappa_{ik} = 0 \quad \text{on } \Gamma_s \quad (8)$$

$$\kappa_{ik}(y) : Y\text{-periodic} \quad (9)$$

• マクロスケール

$$\phi \frac{\partial S_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial V_{\alpha i}}{\partial x_i} = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (10)$$

$$V_{\alpha i} = -K_{\alpha ik} \left(\frac{\partial P_\alpha}{\partial x_k} - \rho_\alpha f_k \right) \quad \text{in } \Omega \quad (11)$$

$$\sum_\alpha S_\alpha = 1 \quad (12)$$

$$P_{\text{caw}} = P_a - P_w \quad \text{on } \Gamma_{\text{surf}} \quad (13)$$

$$V_i = \bar{V}_i \quad \text{on } \Gamma_v \quad (14)$$

$$P_\alpha = \bar{P}_\alpha \quad \text{on } \Gamma_\sigma \quad (15)$$

ここで、 $\kappa_{\alpha ik}$ は各相の特性流速、 ϕ は空隙率、 S_α は各相の飽和度、 $V_{\alpha i}$ は各相の速度、 $K_{\alpha ik} = \langle \kappa_{\alpha ik} \rangle$ は浸透係数、 P_α は各相の圧力、 P_{caw} は毛管圧力、 Y_i はユニットセル内の流体領域であり、 $\langle \bullet \rangle = \int_{Y_i} \bullet dy$ である。

3. MPS法による解析

MPS (Moving Particle Semi-implicit) 法²⁾は粒子法の一つであり、ラグランジュ型メッシュレス法である。つまり、移流項が生じないため、数値拡散が生じないという特徴を持つ。また、MPS法では表面張力や界面捕捉、多相流の解析、周期境界の導入が比較的容易であるため導出したミクロスケールの支配方程式を解く手法として適している。

MPS法では微分演算子を粒子間相互作用としてモデル化する。近傍に存在する粒子 i, j がスカラー関数 $\phi_{(i)}, \phi_{(j)}$ を保持しているとする、粒子 i についての勾配、ラプラシアンはそれぞれ次のようにモデル化される。

$$[\nabla \phi]_{(i)} = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[\frac{\phi_{(j)} - \phi_{(i)}}{|r_{(j)} - r_{(i)}|} \right] (r_{(j)} - r_{(i)}) \omega(|r_{(j)} - r_{(i)}|) \quad (16)$$

$$[\nabla^2 \phi]_{(i)} = \frac{2d}{\lambda n^0} \sum_{j \neq i} [(\phi_{(j)} - \phi_{(i)}) \omega(|r_{(j)} - r_{(i)}|)] \quad (17)$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} \omega(|r_{(j)} - r_{(i)}|) |r_{(j)} - r_{(i)}|^2}{\sum_{j \neq i} \omega(|r_{(j)} - r_{(i)}|)} \quad (18)$$

ここで、 r は位置ベクトル、 n^0 は初期配置での粒子数密度、 d は空間の次元である。

3.1 定常解析

まず、定常解析によりMPS法の解析手法としての検証を行う。

MPS法では影響半径 r_e はパラメータとして与える。ラプラシアンモデルに対しては2.1が推奨されている。しかし、それは非定常解析の場合であって定常解析の場合の検討例はない。そこで、定常解析の検証としてラプラス方程式 $\nabla^2 \phi = 0$ を解くことにする。解析モデルを図-1に示す。影響半径 r_e

を 1.1, 1.5, 2.1, 4.0 と変えて, それぞれ case 1, case 2, case 3, case 4 とした. 誤差を $E_{\text{error}} = |\phi - \phi_{\text{theory}}| / |\phi_{\text{theory}}|$ とし
て比較したところ, case 1, case 2, case 3, case 4 の順番に
誤差が少なかった. case 1 と case 2 を比較したものを図-2 に
示す. 従って, 定常解析においては $r_e = 1.5$ が相応しいと言
える.

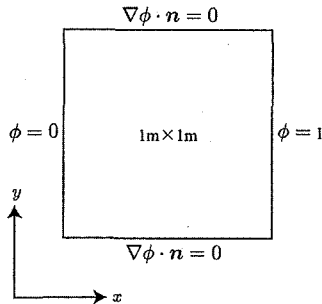


図-1 解析条件

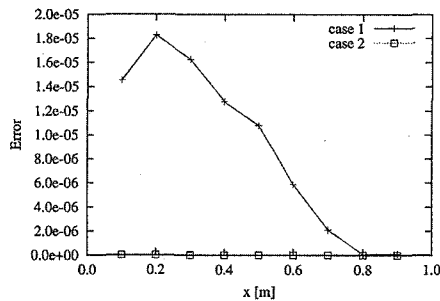


図-2 case 1 と case 2 の誤差の比較

3.2 非定常解析

ミクロスケールの相の分布を決める必要があるが, 非定常
解析によって決めるものを方法を考える. 非定常ミクロ解析
を行うに当たり, (6)-(9) を次式に近似する.

$$\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} = 0 \quad (19)$$

$$\rho_\alpha \frac{\partial v_{\alpha i}}{\partial t} = \mu_\alpha \frac{\partial^2 v_{\alpha i}}{\partial y_j \partial y_j} + \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_i} + \left(-\frac{\partial P_\alpha}{\partial x_i} + \rho_\alpha f_i \right) + F_i \quad (20)$$

$$v_{\alpha i} = 0 \quad \text{on } \Gamma_s \quad (21)$$

$$v_{\alpha i} : Y\text{-periodic} \quad (22)$$

ここで, F_i は表面張力項である. 表面張力の導入は Nonura
et al.³⁾の方法に従っている.

解析モデルを図-3 に示す. この解析では水とエタノールの
2 相流を考えた. それぞれの物性値は表-1 の通りである.

計算結果を図-4 に示す. 色が薄い粒子は水を表している.
水がエタノールの流れに押されて排出されて行く様子が分かる.

表-1 物性値		
	密度 (kg/m ³)	粘性係数 (Pa·s)
水	998.2	0.001003
エタノール	790	0.0012

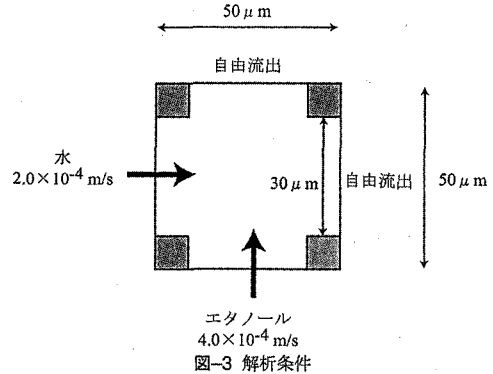


図-3 解析条件

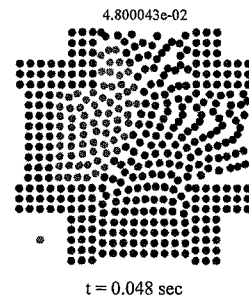
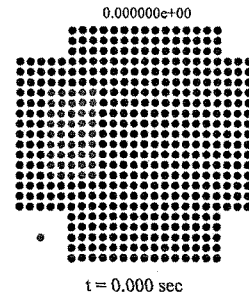


図-4 解析結果

4. 終わりに

均質化法を適用することで, 多孔質体の 2 相流マルチスケ
ール解析のための定式化を行い, ミクロ解析に MPS 法を適用す
ることを前提として簡単な数値解析例を実施した.

参考文献

- 1) 寺田賢二郎, 菊池昇: 均質化法入門, 丸善, 2003
- 2) S. Koshizuka and Y. Oka: Moving-Particle Semi-Implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, *Nucl. Sci. Eng.*, 123, pp.421-434, 1996.
- 3) Katsuya NOMURA, Seiichi KOSHIZUKA, Yoshiaki OKA and Hiroyuki OBATA: Numerical Analysis of Droplet Breakup Behavior using Particle Method, *Journal of NUCLEAR SCIENCE and TECHNOLOGY*, Vol. 38, No. 12, pp.1057-1064, 2001.