

II-29

直線砂床河川の平衡横断面形状とその安定性

東北大学工学部 学生員 ○森井 優
東北大学大学院 正会員 泉 典洋

1. はじめに

移動床を有する河川は、流水と河床材料が相互に影響を及ぼし合いながら断面形状を決定している¹⁾。そのため流量、流速などの河道特性の変化に伴い、河川の横断面形状も変化する。河道改修や河川構造物の設置などの人が施した工事に対し、河川がどのような形状で安定となるかを知ることが、河道管理の観点から非常に重要である。

本論文では砂床河川の安定形状を支配する方程式を定式化し、支配方程式を摂動法を用いて解くことにより、横断面形状を決定するパラメータを考察する。

2. 定式化

(1) モデルの定義

砂床河川の平衡横断面河床形状を図1のように考える。水路幅を B 、河床勾配を S 、局所水深を D 、中央水深を D_c 、河床材料の粒径を d とする。河道は水深がほぼ様な中央平坦部と水深が変化する側岸部とに分けられる。ここで側岸部片岸と中央平坦部の幅をそれぞれ B_s 、 B_c とする。

横断および鉛直方向の浮遊砂拡散係数 ε_y 及び ε_z は次式で表されるように断面内で一定であると仮定する。

$$\varepsilon_y = 0.20u_{*c}D_c, \quad \varepsilon_z = 0.10u_{*c}D_c \quad (1a, b)$$

ここに、 u_{*c} は河道中央での底面摩擦速度である。

(2) 土砂輸送の釣合式

図2のように土砂輸送を定義する。定常状態では横断方向のフラックス変化量が河床からの砂の巻き上げ量 E と堆積量 D の差に等しくなることから、次式が成立する。

$$dF_L/dy = E - D \quad (2)$$

ここに、 F_L は水深方向に積分した横断方向の浮遊砂フラックスである。

また、河床形状が安定となるためには、中央方向への掃流砂と側岸方向への浮遊砂フラックスが釣り合わなければならない、横断方向掃流砂量を q_{BL} とすると次式が成立する。

$$F_L + q_{BL} = 0 \quad (3)$$

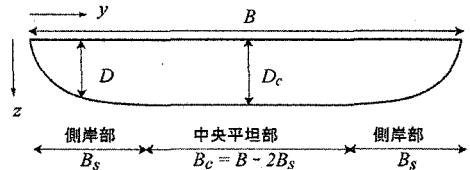


図1 横断面形状の定義

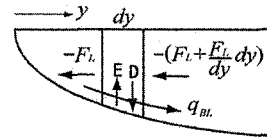


図2 土砂輸送の定義

(3) 浮遊砂フラックスと掃流砂量

F_L は水深平均浮遊砂濃度 C を用いて次のように表される。

$$F_L = -\varepsilon_y \frac{\partial C}{\partial y} + \varepsilon_y r_0 C \frac{dD}{dy} \quad (4)$$

ここに、 r_0 は後述する定数である。

q_{BL} に関してはParker²⁾に倣い、流下方向の掃流砂量式としてMeyer-Peter-Muller公式、横断方向にはEngelundの式を用いる。また、Shieldsせん断力 τ_* に関してEngelund-Hansenの関係式を用い、さらに浮遊砂が活発に生じている状態を考慮すれば、横断方向流砂式は次のように近似できる。

$$q_{BL} = 3.51\tau_*^3 \frac{dD}{dy} \sqrt{R_s g d^3} \quad (5)$$

ここに、 R_s は水中比重(=1.65)、 g は重力加速度である。

(4) 巻き上げ量と堆積量

基準面濃度に関してはIkeda et al.³⁾の式を用い、浮遊砂が活発に生じている状態を考慮すれば、 v_s を無次元沈降速度として、 E は次のように近似できる。

$$E = 0.001 \left(\frac{\tau_*}{v_{s*}} \right)^2 v_s \quad (6)$$

D は底面近傍の浮遊砂濃度 c_b に沈降速度 v_s をかけることにより表される。Parker, Fukushima and Pantin⁴⁾は実験から c_b と C の比がほぼ一定の値1.6となることを見出した。すなわち r_0 を1.6として D は次式で表される³⁾。

$$D = c_b v_s = r_0 C v_s \quad (7)$$

3. 解法

式(2),(3)を次の代表値, 無次元変数を用いて無次元化する.

$$\bar{F}_L = \varepsilon_y C_c D_c B^{-1}, \quad \bar{q}_{BL} = 3.51 r_0^3 D_c B^{-1} \sqrt{R_s g d^3} \quad (8,9)$$

$$s = D/D_c, \quad \eta = y/B, \quad \sigma = C/C_c \quad (10a,b,c)$$

無次元化により, 式(2),(3)はそれぞれ式(11),(12)のようになる.

$$\frac{\gamma}{4} \frac{d^2 s^4}{d\eta^2} = \lambda \sigma - s^2, \quad \frac{ds}{d\eta} - r_0 \sigma \frac{ds}{d\eta} = K s^3 \frac{ds}{d\eta} \quad (11,12)$$

ここに, γ , λ , K はそれぞれ次のようになる.

$$\gamma = \frac{\bar{q}_{BL}}{B \bar{E}_c}, \quad \lambda = \frac{D_c}{E_c} = 1, \quad K = \frac{\bar{q}_{BL}}{\bar{F}_L} \quad (13,14,15)$$

水深は河岸で0, 河道中央で D_c , σ は河道中央で C_c となることから次式が成り立つ.

$$s(0) = 0, \quad s(1/2) = 1, \quad \sigma(1/2) = 1 \quad (16,17,18)$$

また, 浮遊砂フラックスおよび掃流砂量は河岸で0, 水深は河道中央で一定となるから次式が成り立つ.

$$\left[\frac{ds^4}{d\eta} \right]_{\eta=0} = \left[\frac{ds}{d\eta} - r_0 \sigma \frac{ds}{d\eta} \right]_{\eta=0} = 0, \quad \left[\frac{ds^4}{d\eta} \right]_{\eta=1/2} = 0 \quad (19,20)$$

式(12)の一般解は式(17),(18)より次のようになる.

$$\sigma = \frac{K}{4-r_0} s^4 + \left(1 - \frac{K}{4-r_0} \right) s^{r_0-1} \quad (21)$$

式(21)を式(11)に代入すれば s の η に関する微分方程式を得ることができるが, 式(11)中の γ を含む項は側岸近傍では決して小さくはない. ここで γ の値を見積もってみる. 式(6),(9),(13)より γ は

$$\gamma = 1850 v_{s*} R_c^{-1} \left(\frac{D_c}{B} \right)^2 \quad (22)$$

と表される. ここに, R_c は相対水深である.

R_c , v_{s*} , アスペクト比 B/D_c として一般的な値を用いて γ の値を見積もると, 0.008 程度と十分に小さくなるので, γ に関して摂動法を用いて解析を進める.

内部領域では各項のオーダーが等しくなるように新たな内部変数

$$r = \eta / \gamma^{1/2} \quad (23)$$

を導入すると, 式(11)は次のようになる.

$$\frac{1}{4} \frac{d^2 s^4}{dr^2} = \sigma - s^2 \quad (24)$$

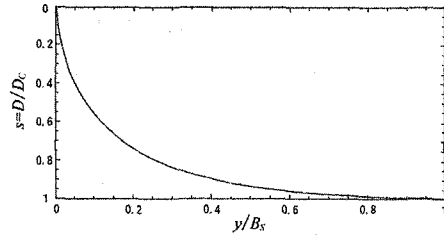


図3 無次元側岸形状

式(21)を式(24)に代入して積分を行い, 式(19), (20)を用いると K の値が次のように求まる.

$$K = \frac{7(3-r_0)}{6} \quad (25)$$

さらに式(16)を用いて積分を行うと, s と r について次の関係式が導かれ, これから図3に示す無次元側岸形状が得られる.

$$\int 4s^3 \left\{ \frac{32K}{7} s^7 - \frac{16}{3} s^6 + \frac{32}{r_0+3} \left(1 - \frac{K}{4-r_0} \right) s^{r_0+3} \right\}^{-1/2} ds = r \quad (26)$$

また, 式(15)に式(8),(9)を代入することにより, K は関数として次のように表される.

$$K = 3.61 \times 10^2 v_{s*} R_c^{-2/3} S^{-1/2} \quad (27)$$

式(25),(27)より, 相対水深は次のように表される.

$$R_c = 7.87 \times 10^2 S^{-1/3} v_{s*}^{-4/3} \quad (28)$$

4. 結論と考察

- (1) 水深は粒径および勾配の関数として表されることが示された.
- (2) 従来の理論^{1),2)}は浮遊砂フラックスの定式化に水深方向に積分した浮遊砂濃度を用いたものであったが, 水深平均浮遊砂濃度を用いた本理論でも, Parker²⁾とほぼ同形の無次元側岸形状が導かれ, 理論の妥当性が示された.
- (3) 一方, 本理論では相対水深は河床勾配の-1/3乗に比例する結果が得られたが, 従来の理論^{1),2)}で示された値とは若干異なるものであった.

参考文献:

- 1) 泉典洋, 池田駿介: 直線砂床河川の安定横断河床形状, 土木学会論文集, No. 429/II-15, pp.57-66, 1991.
- 2) Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 1, The sand-silt river, *J. Fluid Mech.*, Vol. 89, Part 1, pp. 109-125, 1978.
- 3) Ikeda, S., Izumi, N. and Itoh, R.: Effects of pile-dikes on flow retardation and sediment transport, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol. 117, No.11, pp. 1459-1478, 1991.
- 4) Parker, G., Fukushima, Y. and Pantin, H. M.: Self-accelerating turbidity currents, *J. Fluid Mech.*, Vol. 171, pp. 145-181, 1986.