

I - 26 集成材のせん断補正係数の推定

秋田大学 ○学生員 進藤 靖広
 秋田大学 正 員 後藤 文彦
 秋田大学 正 員 薄木 征三

1. はじめに

集成材はせん断剛性が低くせん断変形の影響が大きい材料であるため、梁の曲げなどを解析する場合にはせん断補正係数を考慮した解析が行われる。矩形断面の場合、等方性材料であればせん断補正係数は解析的に求まるが、集成材は直交異方性材料であるため、せん断補正係数の算定が困難である。そこで、直方体要素を用いてモデル化した集成材梁の有限要素解析から得られる荷重とたわみの関係からせん断補正係数を逆算する手法を提案し、その精度について考察する。

2. モデル化

解析モデルは、幅 $b = 2\text{cm}$ 、桁高 $h = 2\text{cm}$ 、梁の軸長 $\ell = 5 \sim 20\text{cm}$ の範囲で 1cm ずつ変化させた片持ち梁と、同様に幅 $b = 2\text{cm}$ 、桁高 $h = 20\text{cm}$ 、梁の軸長 $\ell = 50 \sim 200\text{cm}$ の範囲で 10cm ずつ変化させた片持ち梁を、鋼材と集成材に対して、それぞれ 8 節点 24 自由度の直方体要素で有限要素解析する。なお、図-1 のような対称面について右半分を半解析する。 x 、 y 、 z 方向の境界条件は、対称面では x 方向の変位を拘束、固定端では中立軸の y 方向の変位を拘束する。 x 、 y 、 z 方向の要素分割を、 n_x 、 n_y 、 n_z とし、載荷条件は、荷重を自由端面の各節点に等分布に分散させて載荷する。具体的には載荷荷重を P とすると、隣接要素のない節点には、 $p = \frac{P}{4n_x n_y}$ を、隣接要素が二つある節点には $2p$ を、四つある節点には $4p$ を、それぞれ y 方向に載荷する。このモデルに対して、Melosh 要素を用いた独自のプログラムによる解析¹⁾と、GPL ライセンスのフリーの有限要素解析ツール CalculiX(<http://www.calculix.de/>) のアイソパラメトリック要素を用いた解析とを行う。

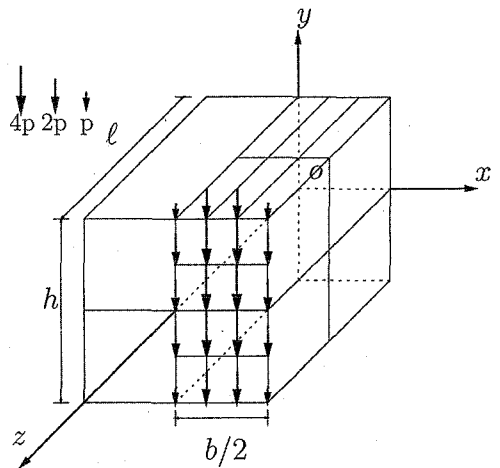


図-1 解析モデル

3. 解析結果

自由端に鉛直荷重 P を受ける片持ち梁の先端のたわみは、せん断補正係数 k でせん断変形を考慮すると、

$$v = \frac{P\ell^3}{3EI} + \frac{P\ell}{kGA} \quad \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。ここに、 E はヤング率、 I は断面 2 次モーメント、 G はせん断弾性係数、 A は断面積である。ポアソン比 0 の等方性材料の長方形断面では $k = \frac{5}{6}$ である。式 (1) を変形して k について解くと、

$$k = \frac{P}{GA} \cdot \frac{\ell}{v - \frac{P\ell^3}{3EI}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

が得られる。

Melosh 要素と CalculiX のアイソパラメトリック要素を用いて有限要素解析を行い、鋼材と集成材のたわみを求め、初等梁理論または、ティモシェンコ梁理論で求めたたわみに対する相対誤差を求める。鋼材についてたわみの相対誤差を図-2 に示す。図のように Melosh 要素で求めた結果も、CalculiX のアイソパラメトリック要素で求めた結果も、有効数字 3~4 桁一致するため、グラフ上では重なって見える。桁高の大きい幅 $b = 2\text{cm}$ 、桁高 $h = 20\text{cm}$ の断面の梁も、幅 $b = 2\text{cm}$ 、桁高 $h = 2\text{cm}$ の正方形断面の梁もほぼ同じで、 $\frac{\ell}{h}$

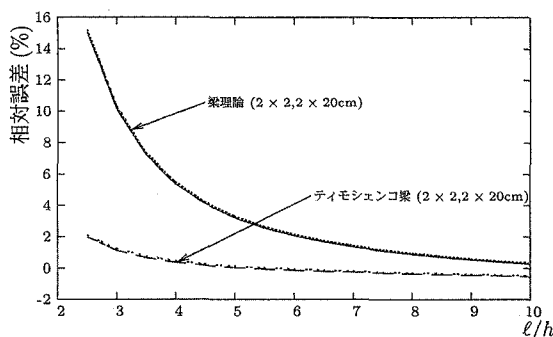


図-2 各梁理論に対する鋼材のたわみの相対誤差

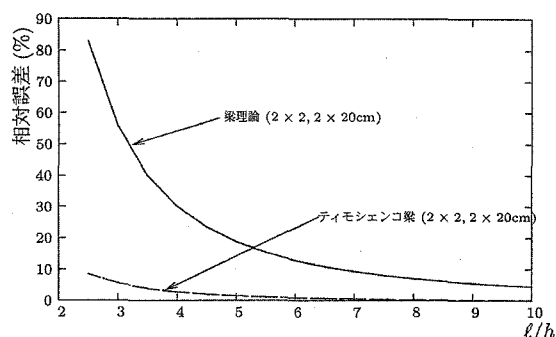


図-3 各梁理論に対する集成材のたわみの相対誤差

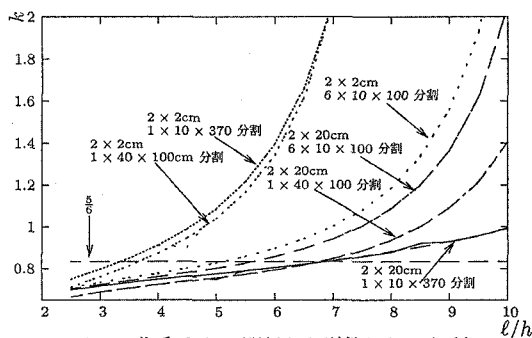


図-4 荷重-たわみ関係から逆算した k (鋼材)

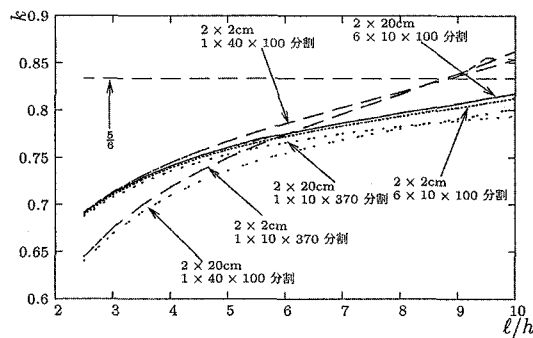


図-5 荷重-たわみ関係から逆算した k (集成材)

が小さくせん断変形の大きい領域では、梁理論に対する有限要素解の相対誤差は非常に大きい、 $\frac{l}{h}$ が大きくせん断変形の小さい領域では、梁理論に対する有限要素解の相対誤差は小さくなっていく。一方、ティモシェンコ梁理論に対する有限要素解の相対誤差は、 $\frac{l}{h}$ が小さい領域では、やや大きいものの、 $\frac{l}{h}$ が 6 以上では、 $\pm 1\%$ 以内に納まる。次に集成材について求めたものを図-3 に示す。鋼材に比べて集成材はせん断変形の影響がかなり大きいことがわかる。 $\frac{l}{h} = 5$ で 20% 程度、 $\frac{l}{h} = 10$ ですら 4% 程度に、せん断変形によるたわみの影響がある。次に荷重とたわみから逆算した k を鋼材の場合と集成材の場合について、それぞれ図-4、図-5 に示す。鋼材では幅 $b = 2\text{cm}$ 、桁高 $h = 2\text{cm}$ の $\frac{l}{h} > 6$ では、 k は 2 以上の大きい値を示すのに対し、集成材は幅 $b = 2\text{cm}$ 、桁高 $h = 20\text{cm}$ の断面の梁も、幅 $b = 2\text{cm}$ 、桁高 $h = 2\text{cm}$ 正方形断面の梁も $k = 0.65 \sim 0.87$ の範囲に収まる。図-2 と、図-3 を比べると、鋼材は集成材に対してせん断変形の影響が $\frac{1}{5}$ ほど小さい。特に $\frac{l}{h}$ が大きい領域では、鋼材はせん断変形の影響が極めて小さくなる。このため、式 (2) の v が $\frac{Pl^3}{3EI}$ と近い値になってしまい、桁落ちが生じて k が大きい値になってしまうのではないかと考えられる。せん断変形の大きい集成材における k の逆算は一定の精度で求められていると考えられる。

4. まとめ

せん断変形を考慮した集成材梁の曲げ解析などにおいては、ポアソン比 0 の等方性材料の長方形断面梁に対するせん断補正係数 $\frac{5}{6}$ が便宜的に用いられている。せん断弾性係数がヤング率に比べてかなり小さい異方性材料に対して、直方体要素による曲げ解析を行い、その荷重とたわみの関係からせん断補正係数を逆算してみたところ、梁の軸長/桁高が 2~10 の範囲では、せん断補正係数が $\frac{5}{6} \pm 3\%$ 程度の間に収まった。せん断変形によるたわみは全たわみの数% 程度なので、その $\pm 3\%$ の違いが仮にあったとしても、それほど大きいものではない。この逆算手法の精度自体はそれほどよくはないものの、集成材のようなばらつきの大きい材料では、せん断補正係数として $\frac{5}{6}$ を便宜的に用いるのはじゅうぶんに妥当であろう。

参考文献

- 1) 後藤 文彦・麓 貴行・薄木 征三・佐々木 貴信：曲げ試験による木材梁のせん断弾性係数推定の精度、構造工学論文集、Vol.49A(2003 年 3 月)