

I-12

メッシュ・リメッシュを要しない ひび割れ進展解析手法の開発

東北大学大学院 学生員 ○車谷 麻緒
東北大学大学院 正 員 寺田 賢二郎

1. はじめに

Shi¹⁾によるManifold法を前身とする有限被覆法 (Finite Cover Method; FCM)²⁾は、近似関数を構成する数学領域と支配方程式を満たす物理領域を独立に定義することができる。この性質に従えば、FCMにおける要素は、通常の有限要素とは異なり物理境界に沿って要素を配置しなくてもよいことから、解析メッシュの生成やひび割れ進展解析に対して優位な特性を持つ。すなわち、FCMの特性を利用すればメッシュ生成やひび割れ進展に対して、一貫してメッシュの束縛から解放されることになる。

本研究は、定型の格子メッシュ (Fixed-grid) と有限被覆近似を用いて、解析対象のメッシュ生成およびひび割れ進展に伴うリメッシュを要しない解析手法を開発・提案し、その有効性を示すものである。

2. Fixed-gridとFCMによるひび割れ進展問題

2.1 FCMの概説とFixed-gridによるFCM

FCMでは、解析対象と支配方程式の分割と再構築という点ではFEMと同様であるが、「近似関数が定義される数学的部分領域 (数学領域)」と「支配方程式が満たされるべき物理的部分領域 (物理領域)」を分離して考えるという点でFEMとは大きく異なる。数学領域とは近似基底関数の定義域であり、図-1に示される「数学被覆」と呼ばれる部分領域が重なり合うことによって形成される。そして、数学被覆と物理領域の共通領域として定義される「物理被覆」が重なり合うことで物理領域全体が形成される。また、それぞれの被覆の共通領域がFEMで言うところの「要素」となり、FEMと同様に全体系に対する近似部分領域となる。

数学領域と物理領域の分離により、FCMにおけるプロセスすなわちメッシュ生成は、解析対象の幾何形状の認識に加えてFixed-gridと呼ばれる定型の格子メッシュを配置するだけで完了する。さらに、ひび割れ進展問題においては、当然Fixed-gridの空間的位置は変更することなく、ひび割れ進展に伴う幾何形状 (物理被覆) の再認識をするだけでリメッシュを必要としない。したがって、図-2左に示されるように、ひび割れ進展の演算と同時に物理被覆の再認識を各解析ステップで行うことにより、一貫してメッシュによる束縛を受けない解析が実現される。

2.2 FCMによるひび割れ進展解析と支配方程式

Fixed-gridを用いたFCMでは、解析対象の幾何形状に節点が配置されるときは限らない。したがって、複合構造や複合材料の解析においては、材料界面における力学条件に対して、図-3に示されるようなLagrange未定乗数 λ に基づく界面要素を用いて近似することとし、対応する弱形式の支配方程式は次式となる。

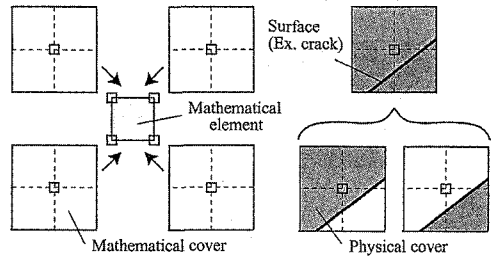


図-1 数学被覆と数学要素 (左) および物理被覆 (右)

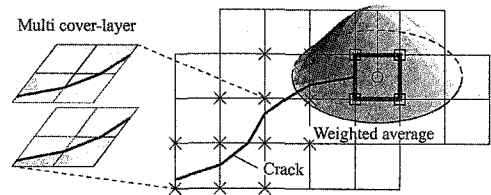


図-2 不連続変形とひび割れ判定応力

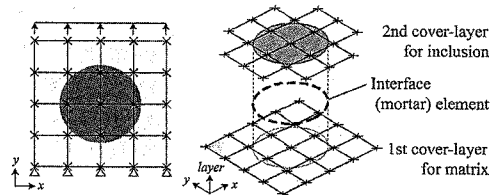


図-3 複合構造および複合材料に対する有限被覆法

$$\int_{\Omega} \nabla \delta u : c : \nabla u d\Omega + \int_{\Gamma^{[1-2]}} (\delta u^{[1]} - \delta u^{[2]}) \cdot \bar{\lambda} d\Gamma \\ = \int_{\Omega} \delta u \cdot \bar{b} d\Omega + \int_{\Gamma_i} \delta u \cdot \bar{t} d\Gamma, \\ \int_{\Gamma^{[1-2]}} \delta \lambda \cdot (u^{[1]} - u^{[2]}) d\Gamma = 0$$

ここで、 u は変位、 c は弾性テンソル、 $\bar{t}$ は表面力、 $\bar{b}$ は物体力、 Ω は解析対象領域、 Γ は境界であり、添え字 [1] と [2] および [1-2] は材料種別と材料境界である。

ひび割れ進展に伴う力学応答として、本研究では Wells and Sluys³⁾ や石井ら⁴⁾ が採用した Cohesive crack モデルを導入する。

$$\|t^{\text{coh}}\| - f_t \exp\left(-\frac{f_t \kappa}{G_f}\right) \leq 0$$

ここで、 f_t は引張り強度、 G_f は破壊エネルギー、 κ は載荷履歴における最大開口変位である。本研究では図-2に示

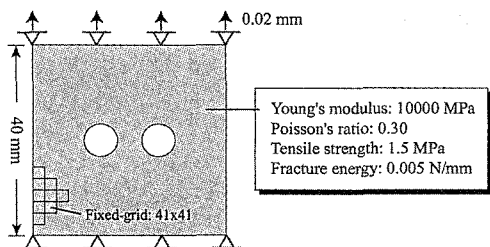


図-4 円孔を有する構造部材

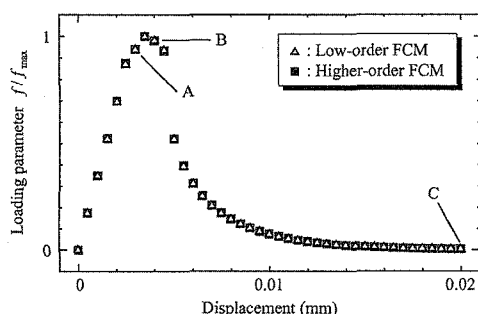


図-5 荷重-変位関係

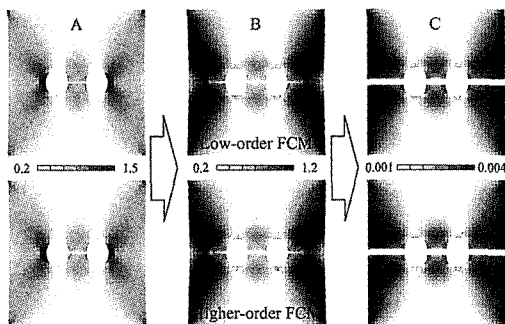


図-6 変形図と von-Mises 応力分布 (MPa)

されるように、ひび割れに関連する被覆内で重み付き平均して得られる最大引張り主応力を破壊判定に用い、その主方向の直角方向をひび割れの方向と定義する。また、ひび割れの進展は要素単位の変位制御型で行うものとする。

3. 数値解析例

3.1 円孔穴あき問題

解析対象は、図-4に示される円孔を2個有する構造部材である。解析条件や材料パラメータは同図の通りとし、平面ひずみ条件下にて変位制御で引張り試験を行う。

解析結果として、上端での荷重-変位関係を図-5に示す。ポストピーク挙動が指数関数形をしており、Cohesive crack モデルによるひび割れ挙動を再現できている。また、変位の有限被覆近似次数の違いが解析結果に与える影響は小さ

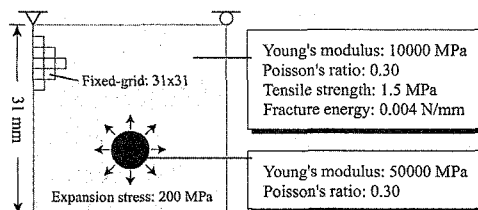


図-7 介在物の膨張問題

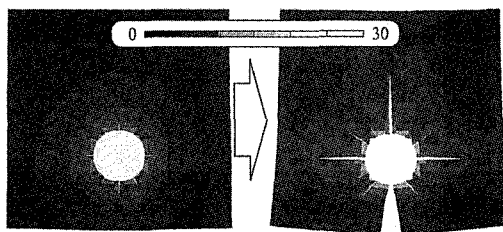


図-8 変形図と von-Mises 応力分布 (MPa)

いことが分かる。次に、図-5のA～C点における変形・応力分布を図-6に示す。円孔問題に対する力学的考察と一致したひび割れの進展が追えており、Fixed-gridとFCMによるひび割れ進展解析の有効性を例示する結果である。

3.2 介在物の膨張問題

解析対象は、図-7に示される膨張性介在物を有する複合材料である。解析条件や材料パラメータは同図の通りとし、平面ひずみ条件下にて、介在物に膨張応力を与えて母材のひび割れ進展解析を行う。なお、膨張応力は熱膨張問題と同様のものとし、低次の有限被覆近似を採用する。

解析結果として、ひび割れ・応力分布の進展を図-8に示す。着目すべき点は、この図に示されるように、介在物の膨張に伴う母材の損傷がシミュレートできていることに加えて、Fixed-gridのみで非均質材料の解析からそのひび割れ進展までを実現していることである。

4. おわりに

本研究では、FCMの特徴を利用してFixed-gridのみで非均質材料およびひび割れ進展を解析可能な解析手法を開発した。また、数値解析例を通して、従来のFEMで見られたメッシュによる束縛を受けずにモデル化からひび割れ進展を精度よく解析できることを例証した。

参考文献

- Shi GH.: Manifold method of material analysis, *Transactions of the 9th Army Conference On Applied Mathematics and Computing, Report, No.92-1*, U.S. Army Research Office, 1991.
- Terada K., Asai M., Yamagishi M.: Finite cover method for linear and nonlinear analyses of heterogeneous solids, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.58, pp.1321-1346, 2003.
- Wells GN., Sluys LJ.: A new method for modelling cohesive cracks using finite elements, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.50, pp.2667-2682, 2001.
- 石井建樹, 寺田賢二郎, 京谷孝史, 岸野佑次: 界面要素を用いた有限被覆法に基づく破壊進展解析法の開発, *土木学会論文集 I*, pp.213-225, 2005.