

I - 2

固体摩擦振動に関する研究

東北学院大学大学院 学生員 ○今野 雄喜
 東北学院大学工学部 正会員 中沢 正利

1 まえがき

構造設計の継手の接合方法の一つである摩擦接合継手において摩擦係数が使われているが、その値を正確に知ることは難しいことから、道路示方書では最低保証値として一定値0.4を採用している。そこで、もし振動特性から逆解析を行い、摩擦係数の厳密な値を知ることができれば、今までより安全で経済的な設計が可能となる。

よって本研究では、固体摩擦のある強制振動について、振動台およびその上で左右に滑る物体を高速カメラで撮影し、その撮影したデータよりそれぞれの変位、速度、加速度を測定し、実験的に摩擦係数を同定すると共に、拡張カルマンフィルタ¹⁾を用いて摩擦係数の推定を行った。

2 固体摩擦のある自由振動の状態方程式

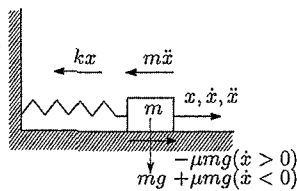


図-1 固体摩擦のある減衰振動系

図-1に示した運動方程式は、質量 m に $\dot{x} > 0$ のとき $-\mu mg$ 、 $\dot{x} < 0$ のとき μmg の固体摩擦が作用する場合の自由振動を考える。 μmg の値は $|\dot{x}|$ に無関係に一定と仮定すると、

$$m\ddot{x} + kx \pm \mu mg = 0 \quad (1)$$

と書くことができる。ここで、 x : 相対変位, m : 質量, k : ばね定数, μ : 摩擦係数, g : 重力加速度である。

また、 $\omega^2 = k/m$, $F = \mu g$ とおき、式(1)を整理すると、

$$\ddot{x} + \omega^2 x \pm F = 0 \quad (2)$$

となる。次に $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$ とおき、システムを状態空間表示し、推定するパラメータを $x_3 = F$, $x_4 = \omega$ とおくと、状態方程式は、

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_2 \\ -x_4^2 x_1 \mp x_3 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

と表せる。加速度を観測量とすると、観測方程式は、式(2)を利用して

$$y_k = h(x_{tk}, t_k) = -x_4^2 x_1 \mp x_3 \quad (4)$$

となる。式(3)に対する変換行列は、

$$\Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{x}(t_k | t_k)] = \begin{Bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

と表せる。ただし、 $\Phi_{21} = -x_4^2 \Delta t$, $\Phi_{22} = 1.0$, $\Phi_{23} = \mp \Delta t$, $\Phi_{24} = -2x_1 x_4 \Delta t$ とおいた。

また、式(4)に対する変換行列は、

$$M[t_k; x_{tk}] = [-x_4^2 - 2x_3 x_4 - 2x_2 x_4 - 2(x_2 x_3 + x_1 x_4)] \quad (6)$$

と表せる。

3 固体摩擦のある強制振動の状態方程式

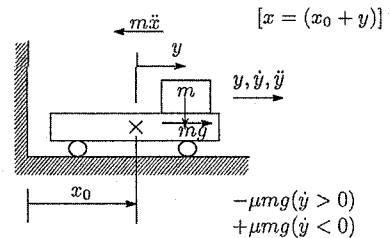


図-2 固体摩擦のある強制振動系

図-2に示した運動方程式は、

$$m\ddot{y} \pm \mu mg = -m\ddot{x}_0 \quad (7)$$

となる。ここで、 x_0 は振動台の実測変位であり、 y は質量 m の振動台に対する相対変位である。また、ばねは存在しないので $k = 0$ である。

$F = \mu g$ とおき、式(7)を整理すると、

$$\ddot{y} \pm F = -\ddot{x}_0 \quad (8)$$

となる。ここで、 $\ddot{x}_0$: 振動台の加速度である。

次に $x_1 = y$, $x_2 = \dot{y}$, $u = \ddot{x}_0$ とおき、システムを状態空間表示し、推定するパラメータを $x_3 = F$ とおくと、状態方程式は、

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_2 \\ \mp x_3 - u \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

と表せる。加速度を観測量とすると、観測方程式は、式(9)を利用して

$$y_k = h(x_{tk}, t_k) = \mp x_3 \quad (10)$$

となる。ここで、 y_k ; t_k 時間での絶対加速度データである。また、変換行列 $\Phi[t_{k+1}, t_k; \hat{x}(t_k|t_k)]$, $M[t_k; x_{tk}]$ は、式(5),(6)において $x_4 = 0$ とおいた式となる。

4 解析条件

固体摩擦のある自由振動に関しては、出力の観測データ (y_{tk}), 初期変位 $x_0 = 10(\text{cm})$, 摩擦係数 $\mu = 0.5$, 固有円振動数 $\omega = 22.36(\text{rad/sec})$, 時間刻み $\Delta t = \pi/\omega = 0.001405(\text{sec})$ の固体摩擦減衰1自由度モデルを設定して順解析を行い、求めた加速度応答波形を出力の観測データとした。

固体摩擦のある強制振動は、振動台上面に固定する材料および振動台の上に載せて滑らせる材料として、ステンレス、アルミ、銅の3種類を用いた。入力観測データ (u_{tk}) は、振動実験により測定された振動台の加速度波形を用い、出力の観測データは、振動台実験により測定された振動台の上に乗っている物体の加速度波形を用いた。なお、時間刻み $\Delta t = 0.01(\text{sec})$ とした。

5 解析結果

固体摩擦のある自由振動における摩擦係数の推定結果を図-3に示した。 $F = \mu g$, 固有円振動数に対応している状態量 $\hat{x}_3(t_k|t_k)$, $\hat{x}_4(t_k|t_k)$ は、それぞれ 475.3, 22.37 に収束し、摩擦係数は、 $\hat{x}_3(t_k|t_k)$ を重力加速度 $980(\text{cm/sec}^2)$ で除した値であるので、0.485 に収束した。よって、真の値とほぼ同様な結果を得た。

固体摩擦のある強制振動における振動台上面に固定する材料および振動台の上に載せて滑らせる材料をステンレスとしたときの摩擦係数の推定結果を図-4に示した。

摩擦係数に対応する状態量 $\hat{x}_3(t_k|t_k)$ は、0.170 に収束した。また、表-1には、振動台上面に固定する材料をステンレスとし、振動台の上に載せて滑らせる材料を変化させた場合の摩擦係数の逆解析推定値および実験データより同定した実験値を示した。この結果、どちらも0.2以下となり、ほぼ同様な値を得た。

6 結論

- (1) 固体摩擦のある非線形な減衰自由振動の動特性においても、拡張カルマンフィルタは有効な方法であることが数値的に示された。
- (2) 固体摩擦のある強制振動において、推定値、実験値の摩擦係数はあまり精度は良くないが、ほぼ同様な値を示した。変位の推定値および実験値との間に若干の誤差が生じたが、物体の挙動を推定するには有効な方法であることが示された。

表-1 材料別の摩擦係数の推定値と実験値 (上載材料はステンレス)

	推定値	実験値
ステンレス	0.170	0.187
銅	0.146	0.165
アルミ	0.160	0.177

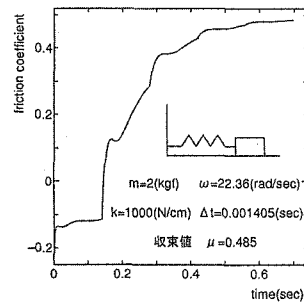


図-3 摩擦係数の推定結果 (自由振動)

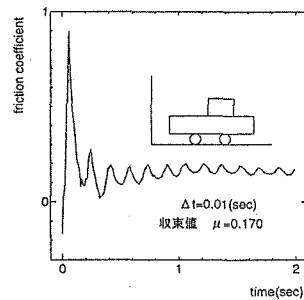


図-4 摩擦係数の推定結果 (強制振動)

参考文献

- 1) 星谷勝, 斎藤悦郎: 建設技術者のためのデータ解析と応用カルマンフィルタを中心として, 鹿島出版会, 1991.
- 2) 小林繁夫, 振動学, 丸善, 1994.