

Ⅲ-15 数値解析による粒状材料の破壊面及び降伏面の推定

○八戸工業大学 学生会員 高嶋 孝征
 八戸工業大学 正会員 金子 賢治
 八戸工業大学 フェロー会員 熊谷 浩二

1. はじめに

粒状材料の連続体構成モデルにおける降伏面に関して従来様々な関数が提案されている。特に、地盤材料においては Cam-Clay モデルやそれを修正・改良したモデルが用いられることが多い。そして、 $p-q$ 面内において尖り点の存在の有無等、現在でも議論されている。実際に室内要素試験により粒状材料の降伏面を推定しようとする研究も行われている¹⁾。しかし、粒状材料は誘導異方性を含む材料であるため実験により降伏面を推定することは非常に困難な作業であり、精度よく実証された例はない。これに対して、数値解析は種々の条件設定が可能であり実験の不便さを補うものである。本研究においては、著者の一人が開発した均質化理論に基づく粒状体マルチスケール解析手法²⁾のミクロスケールが巨視的な構成関係を与えることに着目し、3次元ミクロスケール解析により粒状材料の定性的な破壊面および降伏曲面形状を数値実験により推定する。

2. 粒状体マルチスケール解析の概要

ここでは、均質化法に基づく3次元粒状体マルチスケール解析の概略を示し、ミクロスケール解析が全体構造に対するある種の構成関係を与えることを示す。定式化はほぼ2次元の場合と同様であり、詳細は文献²⁾を参照されたい。図-1に示すような、微視構造が周期的な粒子集合体で構成される全体構造を考える。マルチスケール解析によれば、この問題は、マクロ問題の支配方程式

$$\int_{\Omega} \nabla_x(w^0) : \langle D : (\nabla_x(u^0) + \nabla_y(u^1)) \rangle dx = \int_{\Omega} \langle b \rangle \cdot w^0 dx + \int_{\partial_t \Omega} t \cdot w^0 ds, \quad \forall w^0 \in \mathcal{V}. \quad (1)$$

と、ミクロ問題の支配方程式

$$\begin{aligned} & \int_{Y_C} \nabla_y(w^1) : D : \nabla_y(u^1) dy \\ & + \int_C \mu |T_n(u^1)| ||[w_i^1]|| ds - \int_C \mu |T_n(u^1)| ||[u_i^1]|| ds \\ & \geq - \left(\int_{Y_C} \nabla_y(w^1) : D dy \right) : \nabla_x(u^0), \quad \forall w^1 \in \mathcal{K}_{Y_C}, \end{aligned} \quad (2)$$

が導出される²⁾。図-2に解析アルゴリズムを模式的に示す。粒状体マルチスケール解析法においては、マクロ問題は有限要素法を、ミクロ問題には粒状要素法を用いて解析を行うマクロ問題の全ての積分点でミクロ問題が定義されることになり、各点のマクロ応力に対応するミクロ問題が

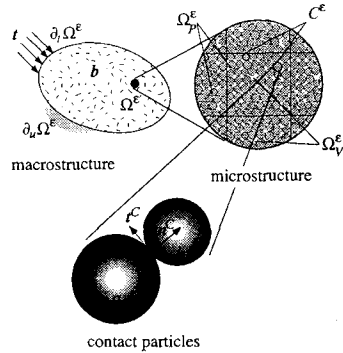


図-1 問題の設定

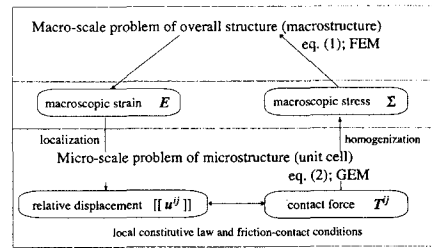


図-2 アルゴリズムの概略

ら算出される。つまり、ミクロスケール解析はマクロ問題に対して「構成関係（応力ひずみ関係）を与えるもの」であると言える。本研究では、このことに着目し、3次元ミクロ解析を用いた数値実験を行うことで、 $p-q$ 面内における粒状材料の破壊面と降伏面を推定する。

3. 破壊面の推定

本研究では、図-3に示す粒子数約1800個の解析モデルを用いて解析を行う。また、法線および接線方向剛性 $k_N = 100 \text{ kN/m}$, $k_T = 70 \text{ kN/m}$, 粒子間摩擦角 $\phi = 25^\circ$ を用いた。破壊面を推定するために、図-3に示すように初期等方応力状態 p^0 から様々な方向（本研究では 10° 毎 360 方向）に応力制御によりせん断載荷を行う。本研究では応力のピークを破壊と考えるが、応力制御による計算のため完全なピークは現れない。したがって、ここでは、 $G = \Delta \tau_{oct} / \Delta \gamma_{oct}$ により計算した接線せん断剛性 G を用いて、載荷中の接線せん断剛性 G_i と初期接線せん断剛性 G_0 の比 $R = G_i / G_0 \times 100(\%)$ により評価することとした。パラメータ R はせん断剛性が

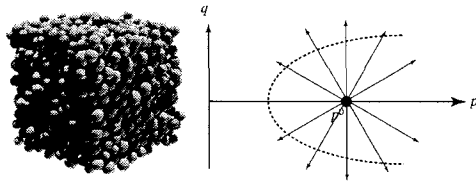


図-3 解析モデルと破壊面推定のための載荷方向

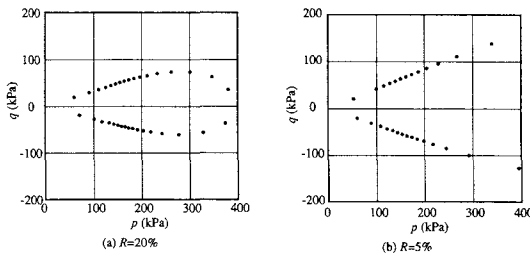


図-4 破壊面の推定

初期状態と比べてどの程度低下したかを表しており、ある閾値以下になった時点の応力状態を $p-q$ 面上にプロットすることで、破壊面の形状を推定する。

解析結果を図-4に示す。(a)は接線せん断剛性が初期状態の20% ($R = 20\%$)になる応力状態を $p-q$ 面上にプロットしたものである。この程度の関地を選んだ場合には、等方圧縮に近い載荷方向に関しても点が現れており、閉曲面になる。(b)は $R = 5\%$ の応力状態をプロットしたものであるが、よりピークに近い状態では、等方圧縮方向に開いた直線になることがわかる。

4. 降伏面の推定

ここでは、ある応力状態における降伏面の形状を推定する。

まず、 $p-q$ 面上における平均応力一定のせん断載荷を行い、応力比0.25の応力状態の降伏面を推定する。この応力状態で行った応力プローブ試験の結果を図-5に示す。左の図は、塑性ひずみ増分空間に塑性ひずみ増分をプロットしたものであるが、ほぼ直線となっており塑性論における流動則の仮定は成立している。右の図は応力増分方向と塑性ひずみ増分の大きさの関係を示しているが、 $p-q$ 面内においては塑性論における凸関数としての降伏面が存在し、通常行うような載荷・除荷判定ができそうである。つまり、塑性ひずみ増分最大方向から 90° の方向が降伏面の接線方向であると考えることができる。

粒状材料は誘導異方性が顕著な材料であるので、本研究においては、せん断履歴を受けたある応力点において応力プローブ試験を行って塑性ひずみ増分が最大となる応力増分方向を定め、その方向から 90° 回転した方向が中立負荷

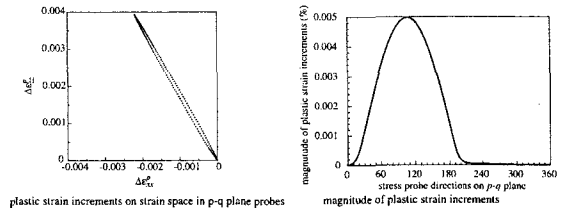


図-5 破壊面の推定

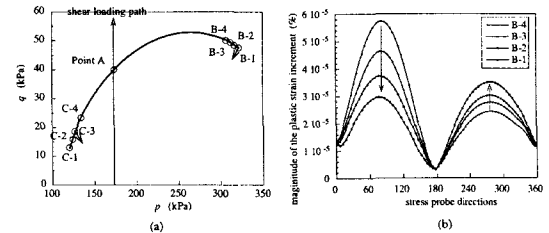


図-6 破壊面の推定

方向、つまり降伏曲面の接線方向であると仮定して、その方向に微小の応力変化を与え、再びプローブ試験、中立負荷といった作業を繰り返すことにより降伏面を定めた。この作業を繰り返して得られた面を図-6(a)に示す。今回の解析においては、図中の点B-1および点C-3において、塑性ひずみ増分が最大方向が急激に変化する様子がみられた。そこで、図中の点B-1~4の塑性ひずみ増分応答を図-6(b)に示す。B-1付近においては、塑性ひずみ増分が大きくなる2つの卓越した応力増分方向が存在することがわかる。このことより、降伏面の両端付近でいわゆる「尖り点」が存在すると推測され、2つの卓越したすべりモードが存在し、塑性変形を支配すると考えられる。図-5に示したように点Aでは塑性ひずみ増分のピークは1つであり、尖り点に近づくともう一つのモードが現れてきて、ある応力状態を境に後出のモードがより卓越することがわかる。

5. おわりに

本研究では、マルチスケールモデリングにおけるマイクロ解析を用いて、粒状材料の破壊面と降伏面を推定した。より詳細な検討が必要であり、今後の課題である。また、せん断載荷の程度による降伏面の進展の仕方や履歴の影響などや、 π 平面における破壊面・降伏面の考え方等について研究を進める予定である。

参考文献

- 1) Tatsuoka, F., Ishihara, K. (1974): Yielding of sand in tri-axial compression, *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 2, pp. 63-76.
- 2) Kaneko, K., Terada, K., Kyoya, T. and Kishino, Y., Global-local analysis of granular media in quasi-static equilibrium, *Int. J. Solids Struct.*, 40, pp. 4043-4069, 2003.