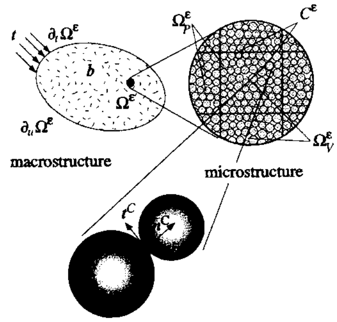
Ⅲ－14　　三次元粒状体マルチスケール解析手法の開発

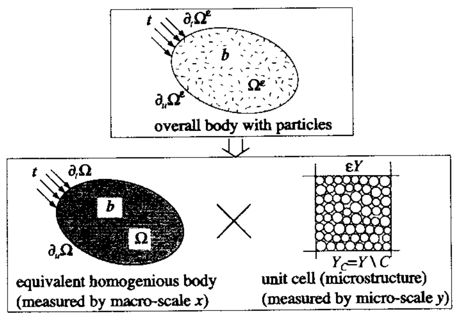
○八戸工業大学　学生会員　豊島一也
八戸工業大学　正会員　金子賢治
八戸工業大学　フェロー会員　熊谷浩二

1.　はじめに

砂などの粒状材料は，材料特性を支配するレベルのスケールと構造全体とのスケールの差が大きいことが特徴である．材料特性を与えるミクロスケールと構造体レベルのマクロスケールの連成解析である粒状体マルチスケール解析手法[1)]は，ミクロスケールの材料特性を反映した構造解析を行うことを目的に開発された．しかし，この解析手法においては，ミクロ解析が２次元の円粒子を用いており，完全な２次元問題に限定されている．本研究では，ミクロ解析を球粒子を用いた３次元解析に拡張し，平面問題の全体構造解析に適用する．



図–1　問題の設定



図–2　空間の分離

2.　３次元粒状体マルチスケール解析の概要

ここでは，マルチスケール解析の概要について簡単に示す．定式化および解析アルゴリズムは，２次元の場合とほぼ同様であり，詳細は文献[1)]を参照されたい．

図–1 に示すような，微視構造が周期的な球粒子の集合体で構成されている物体のつり合い問題を考える．この問題の応力 $\boldsymbol{\sigma}^\varepsilon$ に関するつり合い式と境界条件は次式で表される．

$$\mathrm{div}\boldsymbol{\sigma}^\varepsilon(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{b}^\varepsilon(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0} \text{ in } \Omega^\varepsilon_C, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{u}^\varepsilon = \boldsymbol{0} \text{ on } \partial_u\Omega^\varepsilon \quad \text{and} \quad \boldsymbol{\sigma}^\varepsilon\cdot\boldsymbol{n} = \boldsymbol{t} \text{ on } \partial_t\Omega^\varepsilon, \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{b}^\varepsilon$ は物体力であり，$\boldsymbol{t}$ は表面力，$\boldsymbol{n}$ は外向き単位法線ベクトルである．また，弾性構成式と変位 $\boldsymbol{u}^\varepsilon$ とひずみ $\boldsymbol{e}^\varepsilon$ の関係式

$$\boldsymbol{\sigma}^\varepsilon(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{D}^\varepsilon(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{e}^\varepsilon(\boldsymbol{x}), \tag{3}$$

$$\boldsymbol{e}^\varepsilon(\boldsymbol{x}) = \nabla^{(S)}\boldsymbol{u}^\varepsilon, \tag{4}$$

に加えて粒子間の接触・摩擦による制約条件

$$-T^\varepsilon_n \geq 0,\ [[u^\varepsilon_n]] \geq 0,\ -T^\varepsilon_n[[u^\varepsilon_n]] = 0 \text{ on } C^\varepsilon, \tag{5}$$

$$-\mu T^\varepsilon_n + c \geq |T^\varepsilon_t| \text{ on } C^\varepsilon, \tag{6}$$

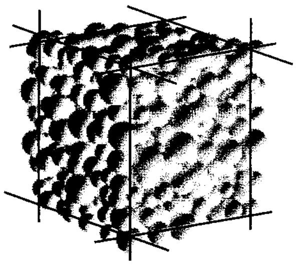
によりこの問題は完全に記述される．ここで，$\boldsymbol{D}^\varepsilon$ は弾性マトリックス，T^ε_n および T^ε_t は粒子間接触点における法線および接線方向接触力，$[[u_n]]$ は接触点における相対変位法線方向成分であり，μ，c は摩擦係数および粘着力である．

この問題に対して，マクロスケール $\boldsymbol{x} \in \Omega \subset \mathcal{R}^3$ と，非均質性を測る尺度であるミクロスケール $\boldsymbol{y} \in Y_C \subset \mathcal{R}^3$ の２つのスケールを導入する．この２つのスケールは，ミクロ構造の大きさを表すパラメータ ε を用いて $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}/\varepsilon$ と関係づけられる．さらに，$\varepsilon \to 0$ の極限を取ることにより，マクロ構造およびミクロ構造それぞれについての以下の境界値問題を得る（**図–2**）．

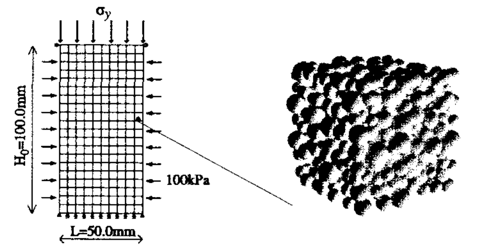
$$\int_\Omega \nabla_x(\boldsymbol{w}^0) : \big\langle \boldsymbol{D} : \big(\nabla_x(\boldsymbol{u}^0) + \nabla_y(\boldsymbol{u}^1)\big)\big\rangle dx = \int_\Omega \langle\boldsymbol{b}\rangle\cdot\boldsymbol{w}^0\,dx + \int_{\partial_t\Omega} \boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{w}^0\,ds, \quad \forall\boldsymbol{w}^0 \in \mathcal{V}. \tag{7}$$

$$\begin{aligned}&\int_{Y_C} \nabla_y(\boldsymbol{w}^1) : \boldsymbol{D} : \nabla_y(\boldsymbol{u}^1)dy \\ &+ \int_C \mu\left|T_n(\boldsymbol{u}^1)\right|\left|[[w^1_t]]\right|ds - \int_C \mu\left|T_n(\boldsymbol{u}^1)\right|\left|[[u^1_t]]\right|ds \\ &\geq -\left(\int_{Y_C} \nabla_y(\boldsymbol{w}^1) : \boldsymbol{D}dy\right) : \nabla_x(\boldsymbol{u}^0),\ \forall\boldsymbol{w}^1 \in \mathcal{K}_{\mathcal{Y}_C},\end{aligned} \tag{8}$$

ここで，$\langle\cdot\rangle$ はミクロ構造における体積平均を表している．また，$\boldsymbol{u}^0$ はマクロ変位，$\boldsymbol{u}^1$ は Y-periodic な変位関数であ

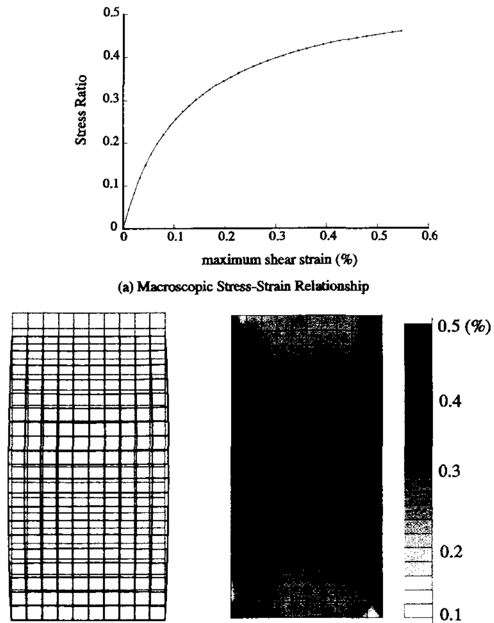


図–3 3次元ミクロモデル



(a) Overall macrostructure for FEM　(b) Microstructure for 3D-GEM

図–4 解析モデル



(a) Macroscopic Stress-Strain Relationship

(b) deformed meth　(c) distribution of deviator strain

図–5 マクロスケールの解析結果

り，これらを用いてミクロ構造内の変位 $\boldsymbol{u}$ は次式のように表される.

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{y} + \boldsymbol{u}^1 \tag{9}$$

ここで，$\boldsymbol{E}$ はマクロひずみであり，$\mathcal{V}$ と $\mathcal{K}_{y_c}$ は許容関数空間である.

このように，マルチスール・モデリングによりミクロとマクロそれぞれの境界値問題が導出されるが，それぞれの境界値問題を同時に満足する解を数値解析により求めることになる．粒状体マルチスケール解析法においては，マクロ問題は有限要素法を，ミクロ問題には粒状要素法を用いて解析を行う．本研究では，ミクロスケールに**図–3** に示すような球形要素を用いた周期境界制御3次元粒状要素法を用いて解析するプログラムを開発した．ここでは，周期境界制御3次元粒状要素法の定式化，解析アルゴリズムは示さないが，3次元粒状要素法は文献[2]，周期境界制御法は文献[1]に詳しい.

3. 2軸圧縮試験シミュレーション

開発した手法を平面ひずみ状態を想定した2軸圧縮試験シミュレーションに適用する．ミクロおよびマクロスケールの解析モデルを**図–4** に示す．マクロモデルは，200要素の有限要素モデルであり，初期等方応力100kPaを作用させた後，モデル上部に強制変位を与える．また，ミクロモデルは502要素の粒状要素モデルであり，接触点における法線および接線方向弾性係数を，それぞれ，100kN/m, 70kN/m とした．また，粒子間摩擦角 $\phi = 15^\circ$ とした.

図–5 にマクロスケールの解析結果，(a) 応力ひずみ関係，(b) 変形図 (× 20)，(c) せん断ひずみ分布，を示す．(a) 変形図および (b) 最大せん断ひずみ分布は最大せん断ひずみが 0.4%の時のものを代表して示した．これらの結果から，粒状材料の典型的な非線形マクロ挙動が得られていることがわかる．本手法は，複雑な連続体構成モデルを用いることなく，ミクロスケールにおける粒子性を反映した構造解析が可能であり，非常に有用な手法であるといえる．なお，本手法の特徴の1つとして，マクロモデルの各積分点におけるミクロスケールの微視的情報を抽出できることが挙げられる．これについては，当日発表したいと考えている.

4. おわりに

本研究では，粒状体マルチスケール解析のミクロ解析を3次元に拡張した．これにより，より現実に近い解析が可能となると考えられる．今後，種々の地盤工学的問題への適用や，解析手法の水-土骨格連成解析・有限変形解析・動的解析等への拡張を考えている.

参考文献

1) Kaneko, K., Terada, K., Kyoya, T. and Kishino, Y., Global-local analysis of granular media in quasi-static equilibrium, *Int. J. Solids Struct.*, 40, pp. 4043-4069, 2003.
2) 石井，金子，岸野: 粒状体の塑性変形メカニズムに関する微視力学的考察，土木学会論文集，No.722/III-61, pp.289-302, 2002.