

III - 9

砂における応力誘導異方性を考慮した構成モデル

東北学院大学工学部	学生会員	○日下 初博
東北学院大学工学部	学生会員	西村 修
東北学院大学工学部	正会員	飛田 善雄

1. はじめに

砂のような粒状体の変形などは、応力状態が同じであっても供試体作成方法や応力履歴などによって挙動が大きく異なる。これは、砂は内部構造を形成しており、この内部構造が、物体の挙動における異方性を示す原因となることが知られている。この砂の内部構造に起因する異方性の影響を表現する方法として、修正応力法が提案されている。これは、修正応力空間では等方性を仮定し、修正応力から応力に変換する際、修正応力を与える変換マトリックスの中に、内部構造の情報を保持構造テンソルなどが含まれることにより、異方性を表現する方法である。

本研究では、この修正応力を適応させて、粒子の長軸方向の分布（初期異方性）を考慮した砂の単調載荷・繰返し載荷の挙動を考察した。なお考察する際、単調載荷に対しては、Li and Dafalias モデル(2000)、繰返し載荷に対しては飛田・吉田モデル(1994)を用いて計算し考察した。

2. 構造テンソルと修正応力について

修正応力法の際に用いる構造テンソルとは、物体の内部構造の変化を考慮した変換を行うテンソルである。砂の内部構造の状態として、粒子接点角や配置数、接触面積などを考慮することができる。構造テンソルの座標系は必ずしも応力の座標系との共軸性を有するわけではないので、初期異方性、応力誘導異方性ならびに主応力軸回転時の材料挙動を表現することが可能である。構造テンソルの座標系が応力の座標系と一致した場合、構造テンソルは主軸状態で考えることができるので数学的な議論が非常に簡易になるという特徴をもつ。

ここで構造テンソルは次式で定義される。

$$A_{ij} = \frac{1}{M} \sum n_i n_j \quad (2.1)$$

M は粒子の個数、 $n_1 = \cos \theta$, $n_2 = \sin \theta$ としており、 θ は基準軸から粒子長軸方向のなす角としている。この式により、初期異方性の構造テンソルを決定した。

修正応力法における修正応力とは、応力を構造テンソルで線形変換した応力と定義され、または内部構造の配置、状態を反映した応力と考えることができる。修正応力を利用して、降伏曲面の異方的硬化や異方的な応力・ひずみ関係を表現することになる。今回 Tobita and Yanagisawa(1992) が、式(2.2)によって定義された修正応力を用いた。

$$T = \frac{1}{2}(\alpha A + \sigma) ; T_y = \frac{1}{2}(\sigma_y A_y + A_y \sigma_y) \quad (2.2)$$

ここに、構造テンソルを A 、通常の応力を σ と表し、修正応力を T としている。

ここで、ベクトル・マトリックス表現を行うと、構造テンソルを一つ含む修正応力を与える式として、構造テンソルの主軸方向を座標系として選択したとき、

次式の表現が得られる。

$$\begin{aligned} \{T_\alpha\} &= [A_{\alpha\beta}] \{\sigma_\beta\}; (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 6) \\ [A_{\alpha\beta}] &= \begin{bmatrix} A_{NN} & A_{NS} \\ A_{SN} & A_{SS} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここで、修正応力空間で等方弾性体を考える。そのときの一般式は、等長変換を用いたベクトル・マトリックス表現により次式で与えられるものとする。(工学ひずみによりひずみベクトルを表現する Voigt 表現でも議論は変わらないが、本文では等長変換を用いた記述を行う。)

$$\{T\} = [E^e]_I \{\varepsilon\} \quad (2.4)$$

剛性マトリックスの指標 I は等方弾性に対する剛性マトリックスであることを示している。修正応力は式(2.3)で与えられるものとする、形式的に次式が得られる。

$$[A] \{\sigma\} = [E^e]_I \{\varepsilon\} \quad (2.5)$$

式(2.5)の両辺に $[A]^{-1}$ を掛けて、整理すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= [E^e]_A \{\varepsilon\} = [A]^{-1} [E^e]_I \{\varepsilon\}, \\ [E^e]_A &= [A]^{-1} [E^e]_I \end{aligned} \quad (2.6)$$

異方性を示す弾性マトリックスが、等方弾性と変換マトリックスの積の形で表現できることがわかる。

3. 単調載荷、繰返し載荷について

単調載荷について本研究では、Li and Dafalias モデル(2000)を用いた。このモデルでは、限界状態の概念を取り入れており、この概念は、砂の変形が進むとダイレイタンシーが消失し、応力変化が消え、せん断変形のみが進行する状態に至るとする概念である。そのためこのモデルは、密度・拘束圧の影響を考慮しており、単調載荷に関しては実験結果を精度良く再現できる。

このモデルでは、排水・非排水の両条件で解析を行った。排水条件に関しては、拘束圧増分 dp' をゼロとして計算し、非排水条件では体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ をゼロとして計算を行った。

繰返し載荷について本研究では、飛田・吉田モデル(1994)を用いて計算をした。その理由として、関数が簡易であり、繰返し載荷の計算を行うことが容易であるために用いた。排水条件は、単調載荷と同様、有効拘束圧増分 dp' をゼロとして計算した。

4. 解析結果

本研究では三軸圧縮単調載荷試験を想定し、粒子長軸方向の分布が最大主軸方向と直交する方向へ偏っている。このことにより、粒子長軸方向の分布が水平方向に偏っている場合、最大主応力方向の圧縮に対しては、等方体と比較し、異方体の方が発生するひずみは

小さくなることになる。

ここで構造テンソルにおける条件として、 A_1 の A_2 の和を2として、 A_1 と A_2 の差が大きい程、強い異方性が表現される。

図-1 は非排水条件の単調載荷での偏差応力-軸ひずみ関係である。ここでは、初期拘束圧 p_0 を 100kPa と 500kPa で解析を行った。ここで、細線は等方性の解析結果、(1)と(2)は異方性を含んだ解析結果となっている。

図-2 は、排水条件での単調載荷による偏差応力-軸ひずみ関係のグラフである。初期拘束圧 p_0 を 100kPa として解析を行った。間隙比 e が 0.831 の細線が等方性の解析結果、太線はそれに異方性を含ませた解析結果となっている。また間隙比 e が 0.831 の細線は等方性の解析結果、その上の太線はそれに異方性を含ませた解析結果となっている。

図-3 は、排水条件による繰返し載荷での偏差応力-軸ひずみ関係のグラフである。初期拘束圧 p_0 を 100kPa とした。細線は等方性の解析結果、太線は異方性を含ませた解析結果となっている。

5. 考察

Li and Dafalias モデルを用いた非排水条件における単調載荷では、偏差応力-軸ひずみ関係において異方性の表現ができた。この三軸圧縮単調載荷試験の解析結果は等方性の結果より構造テンソルの最小主値方向にはひずみが出にくく、最大主値方向にはひずみが出やすい。このことは、堆積条件によって変化する異方性の実験事実と傾向が合う結果となった。

また、Li and Dafalias モデルを用いた排水条件では、間隙比 e を 0.996(緩い砂)と 0.831(密な砂)とで解析を行った結果、両者ともに異方性を考慮した変形挙動を表現できた。ここでも、非排水条件と同様に実験事実と傾向が合うことが示された。

排水条件での繰返し載荷では、載荷時は異方性を考慮した方(太線)が等方性(細線)よりひずみが出にくいという解析結果になっている。つまり、異方性を考慮した方が最大主応力方向にひずみが出にくいことになる。一方、逆載荷時には等方性の方が異方性を考慮したほうよりひずみが出にくいことになる。これは、異方性を考慮することにより鉛直方向の圧縮には強くなり、水平方向の圧縮には弱くなっていることを示している。

6. まとめ

本研究では Li and Dafalias モデルと飛田・吉田モデルを用いて異方性の表現を試みた。解析結果として、以下の結論が得られた。

- 1) Li and Dafalias モデルでは排水条件ならびに非排水条件ともに初期異方性を含む変形挙動が表現できた。
- 2) 飛田・吉田モデルを用いた繰返し載荷でも精度の良い初期異方性を含む変形挙動が表現できた。
- 3) より適切な変形挙動を表現するためにも、粒子間接点の内部構造の変化(応力誘導異方性)を取り入れることが必要であると考えられる。

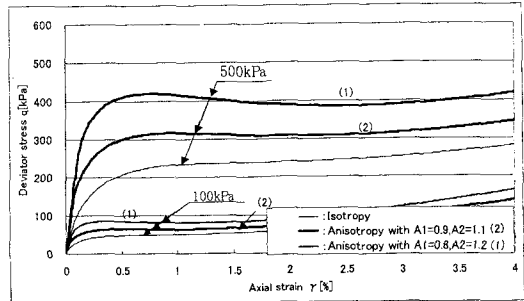


図-1 偏差応力-軸ひずみ関係

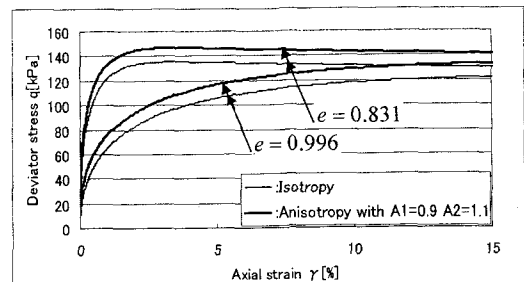


図-2 偏差応力-軸ひずみ関係

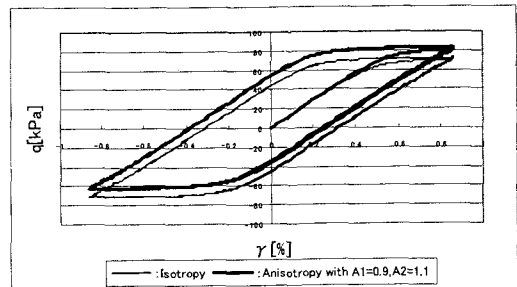


図-3 偏差応力-軸ひずみ関係

参考文献

- 1) Li and Dafalias, Y.F: Dilatancy for cohesionless Soils Geotechnique 50, No4, 449-460
- 2) Tobita, Y. and bounding surface model for cyclic behavior of sand: Yoshida, N. (1994): An isotropic Limitation and modification, Proc. of Int. Conf. on Prefailure behavior of sands, Sapporo, pp. 457-462.
- 3) 飛田善雄・山口晶・藤井伸晃・金原瑞男: 工学材料の異方的挙動の簡易な表現方法, 応用力学論文集, pp. 407-418, 2003