

# Ⅲ－４ 数値粒状体モデルの $\pi$ 平面上載荷に対する一般的増分挙動

東北大学大学院 学生会員 ○郷 春躍  
 東北大学大学院 フェロー 岸野佑次

## 1. はじめに

材料力学研究の一つの隘路として多自由度材料試験機の開発がなされていないことが挙げられる。このことから、材料の微視特性を反映した解析コードによる数値材料試験は実際の材料試験を補完するものとして重要である。本研究は、粒状要素法<sup>1)</sup>を用いて粒状体の $\pi$ 平面上載荷に対する一般的増分応答特性を明らかにすることを目的としている。

## 2. 方法

図-1 に示した主応力空間 $\pi$ 平面において、数方向へのせん断載荷と、各せん断状態に対する多方向応力プローブ試験を行った。初期応力は $\sigma_0 = (0.2, 0.2, 0.2)$  (単位: MPa) とし、主応力空間内の点Aで表す。 $\pi$ 平面上のせん断載荷方向を $y$ 軸方向 $(-\sqrt{6}/6, -\sqrt{6}/6, \sqrt{2}/3)$ からのローゼ角 $\beta$ で表す。せん断載荷方向は、 $\beta = 0^\circ \sim 60^\circ$ の範囲の $15^\circ$ おき5つの方向とした。せん断載荷経路上のプローブ開始点の応力 $\sigma$ をBで表し、Aからの距離、すなわち、プローブ開始点における偏差応力の大きさを $S$ で表す。各せん断載荷状態Bに対して行うプローブ試験毎に定める局所座標系の基底ベクトルを次式で与える。

$$l = \sigma / |\sigma|, m = \frac{(\sigma - \sigma_0) \times l}{|(\sigma - \sigma_0) \times l|}, n = l \times m \quad (1)$$

基底ベクトル $l, n$ が定める面を基準面と呼ぶこととする。この面は、現在の応力ベクトルの他に、せん断載荷 $A \rightarrow B$ を表すベクトル $\sigma - \sigma_0$ を含んでおり、この面内における応力増分に対する塑性ひずみ応答においては、既に形成された塑性メカニズムが支配的になることが予想される。応力プローブ試験はいずれも局所座標系の $n$ 軸を含む特定の面内で、 $72^\circ$ の方向に応力増分を与えて行なった。プローブ面の向きを基準面からの回転角 $\alpha$ で表す。また、プローブ面内におけるプローブ方向を $-n$ の方向からの角度 $\theta$ で表す。

用いた供試体は粒径 $0.16\text{mm} \sim 0.3\text{mm}$ の球粒子を球状領域にランダムに充填したものであり、全粒子数は1577個、初期間隙比は0.93、粒子間の法線方向と接線方向のバネ定数はそれぞれ $40\text{kN/m}$ と $28\text{kN/m}$ 、

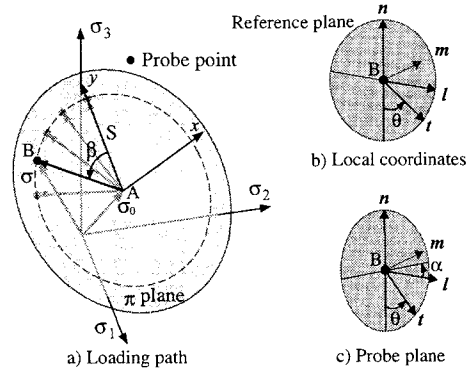


図-1 載荷経路とプローブ面

粒子間摩擦角度は $15^\circ$ である。プローブ試験の応力増分 $d\sigma = t|d\sigma|$ の大きさは $1\text{kPa}$  (初期拘束圧/200) とした。

## 3. 結果とその考察

図-2 中の破線は、各せん断載荷方向毎に偏差応力 $S=60\text{kPa}$ の応力点で行ったプローブ試験で得られた塑性ひずみ増分を、それぞれの局所座標成分で表してプロットしたものを示す。図中a)は基準面 ( $\alpha = 0^\circ$ ) に対する結果で、各プローブ方向の成分間の比はほぼ一定である。また、塑性ひずみは、ほぼ、 $\theta = 90^\circ \sim 270^\circ$ の範囲でのみ発生しているの、このような塑性挙動は非関連流動則で近似することができよう<sup>2)</sup>。しかし、b)の $\alpha = 90^\circ$ のプローブ面に対する結果においては、a)におけるような比例関係はなく、また、塑性ひずみの発生する領域も $\theta = 90^\circ \sim 270^\circ$ の外に広がっている。したがって、この挙動は古典的流動則で表現することは不可能である。なお、載荷が三軸圧縮から三軸伸張に向かうにつれて、塑性ひずみ増分の大きさが大きくなることが注目される。

等方載荷状態からのせん断載荷過程において供試体の内部構造が徐々に変化することにより形成される塑性変形メカニズムを主メカニズムと呼ぶ。せん断載荷経路を含む基準面内の応力プローブに対する変形挙動においてはこの主メカニズムが支配的であり、塑性ひ

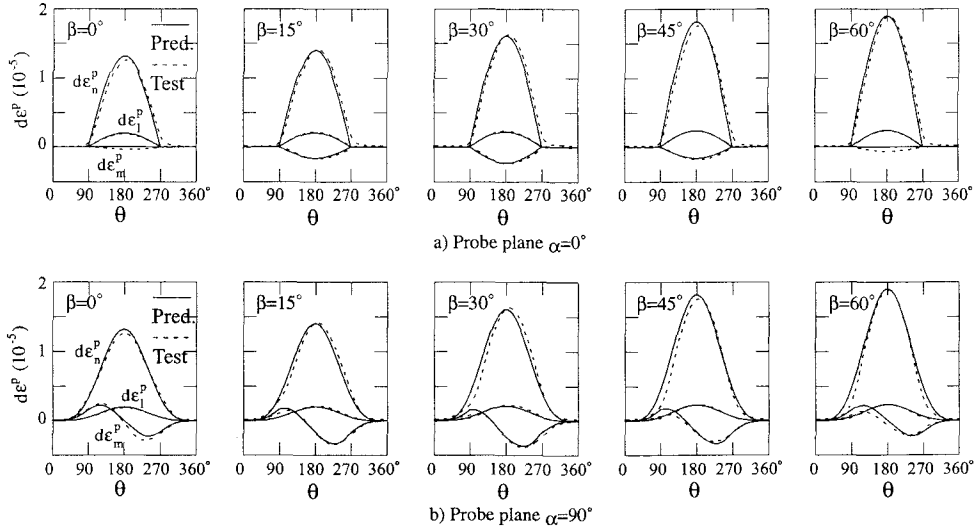


図-2 プローブ試験結果(破線)と予測値(実線) ( $S=60\text{kPa}$ )

ずみ増分は古典的流動則に従うと考えられる。しかし、基準面外への応力プローブに対しては、異種のせん断载荷に適應するための新たなメカニズムを生じさせる必要があると考えられる。新たに生じるメカニズムを副メカニズムと呼ぶ。一般的応力プローブに対する塑性変形挙動は、塑性ひずみ増分を次式のように主メカニズムと副メカニズムの2つの部分に分けて表現する必要がある。

$$d\epsilon^p = d\epsilon^{pp} + d\epsilon^{ps} \quad (2)$$

以下、プローブ試験の結果に基づき、塑性ひずみ増分の各局所座標成分を応力増分の関数として表す。まず、主メカニズムは非関連流動則に従うことから、塑性ひずみ増分の中の主メカニズム部分の各局所座標成分は次の関数で表すことができる。

$$\begin{cases} d\epsilon_n^{pp} = a_n f(t) |d\sigma| \\ d\epsilon_l^{pp} = a_l f(t) |d\sigma| \\ d\epsilon_m^{pp} = a_m f(t) |d\sigma| \end{cases} \quad (3)$$

ここに、 $a_n$ ,  $a_l$ ,  $a_m$  は応力状態によって定まる定数。

$$f(t) = \begin{cases} \frac{(l:t)^2}{1-(n:t)^2} n:t & (n:t \geq 0) \\ 0 & (n:t < 0) \end{cases} \quad (4)$$

次に、塑性ひずみ増分の中の副メカニズム部分の各局所座標成分は次の関数で表すことができる。

$$\begin{cases} d\epsilon_n^{ps} = a_n g(t) |d\sigma| \\ d\epsilon_l^{ps} = a_l g(t) |d\sigma| \\ d\epsilon_m^{ps} = \{c_1 h_1(t) - c_2 h_2(t)\} |d\sigma| \end{cases} \quad (5)$$

ここに、 $c_1$ ,  $c_2$  も応力状態によって定まる定数。

$$g(t) = \frac{(m:t)^2}{1-(n:t)^2} \left\{ \frac{1}{4} + \frac{n:t}{2} + \frac{(n:t)^2}{4} \right\} \quad (6)$$

$$h_1(t) = \frac{m:t|m:t|}{\sqrt{1-(n:t)^2}} \{0.7 + n:t - 0.4(n:t)^3\} \quad (7)$$

$$h_2(t) = \begin{cases} \frac{(m:t)^2}{1-(n:t)^2} n:t & (n:t \geq 0) \\ 0 & (n:t < 0) \end{cases} \quad (8)$$

図-2 中の実線は提案した式により予測した結果であり、a) は  $d\epsilon^{pp}$  のみ、b) は  $d\epsilon^{ps}$  のみで表現されている。 $\alpha$  が  $0^\circ$  と  $90^\circ$  の中間の値をとるプローブ面の試験結果も予測値により図-2 と同様の良好な一致を見ている。 $\alpha = 0^\circ$  に限って、式(4)は  $t$  の線形関数となるが、それ以外は一般に非線形である。このことから粒状体の一般的な増分応答特性は増分非線形性を考慮する必要があると言える。

#### 参考文献

- 1) 岸野佑次：新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析，土木学会論文集，No.406/III-11，pp.97-106，1989。
- 2) 鄒春躍，岸野佑次：マルチメカニズムを考慮した粒状材料の構成則に関する研究，応用力学論文集，Vol. 6，pp.575-584，2003。