Ⅲ－3　面の摩擦すべりを考慮したクラック進展解析

東北大学大学院　学生員　○石井　建樹
東北大学大学院　正　員　京谷　孝史
東北大学大学院　フェロー　岸野　佑次

1. はじめに

岩盤やコンクリートなどの材料は，内部に微視構造を有する非均質な複合材料であり，その変形強度特性は内部における不連続面の発生・進展，異種材料界面での剥離，およびそれら不連続面の接触・摩擦すべりなどの挙動が複雑に絡み合った結果として現れる．従って，これらの材料における強度特性評価の成否は，こうした変形破壊挙動まで含む力学挙動をいかに合理的に取り扱うかにかかっている．その上で，不連続面の発生・進展に伴う構造変化および不連続面の接触・摩擦すべりのような閉合挙動までを加味した数値解析法が果たす役割は大きい．

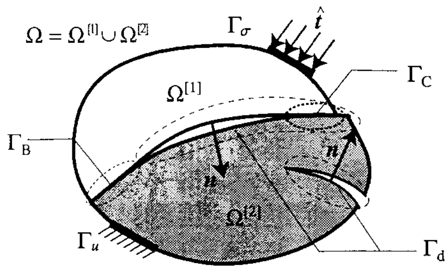
本研究では，異種材料界面の剥離並びに構成材料内部での不連続面の発生・進展から，形成後の不連続面の開閉・摩擦すべり挙動までを一貫して合理的に扱う数値解析手法の開発する．提案手法では，モルタル法 [1] と Cohesive crack モデル [2] を有限被覆法 (以下，FCM) [3] に導入する．FCM は一般化有限要素法の一つであり，そのメッシュフリー的な性質により材料内部で形成される不連続面を要素形状に依存せずに表現できる．異種材料界面の変位適合条件や面の接触摩擦条件は Lagrange 未定乗数を導入するモルタル要素により満足され，破壊進行領域 (以下，FPZ) での不連続面形成の過程は Cohesive crack モデル [2] により表現が可能である．

摩擦すべりと不連続面進展が絡み合って発生するような例題に適用することで，提案手法が面の摩擦すべりを表現しつつ不連続面進展を追従し得る数値解析法であることを示す．また，解析結果を通して，面の摩擦特性が変形破壊挙動に及ぼす影響について検討を加える．

2. 摩擦すべりを考慮した破壊進展問題

摩擦すべりを考慮した破壊進展問題について記す．2 つの異なる材料からなる非均質構造体 $\Omega = \Omega^{[1]} \cup \Omega^{[2]}$ において，不連続面 Γ_d が生じた状態での静的つり合い問題を考える（図–1）．ここでは剥離した界面，並びに構成材料内部に形成された不連続面を不連続面 Γ_d と総称するものとし，異種材料が固着している界面を Γ_B と表す．また，不連続面 Γ_d は接触する可能性があるものとする．材料は線形弾性材料であると仮定し，微小ひずみ理論の枠組みで考える．

変位を $\boldsymbol{u}$ とし，固着している異種材料界面 Γ_B での変位連続条件に対する Lagrange 未定乗数を $\boldsymbol{\lambda}$ とすると，解 $(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\lambda})$ に関する変位の制約条件緩和型変分方程式は次式で



図–1 非均質構造体における破壊進展問題

与えられる [1,3].

$$\int_\Omega \nabla\delta\boldsymbol{u} : \boldsymbol{C} : \nabla\boldsymbol{u}\,\mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma_B} \delta\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{\lambda}\,\mathrm{d}\Gamma = \int_\Omega \delta\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{b}\,\mathrm{d}\Omega + \int_{\Gamma_\sigma} \delta\boldsymbol{u}\cdot\hat{\boldsymbol{t}}\,\mathrm{d}\Gamma + \int_{\Gamma_d} \delta\boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{t}\,\mathrm{d}\Gamma, \tag{1}$$

$$\int_{\Gamma_B} \delta\boldsymbol{\lambda}\cdot\boldsymbol{g}\,\mathrm{d}\Gamma = 0. \tag{2}$$

ここで，$\Omega = \Omega^{[1]} \cup \Omega^{[2]}$ であり，$\boldsymbol{g}$ は Γ_d および Γ_B など境界面上のギャップである．

上記の方程式において，不連続面 Γ_d での接触力 $\lambda_N = -t_N$ およびギャップ g_N は以下の接触条件式を満足する．

$$\lambda_N \geq 0,\ g_N \leq 0,\ \lambda_N g_N = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_d. \tag{3}$$

不連続面 Γ_d のうち接触している面を Γ_C とすれば，接触面 Γ_C において $\boldsymbol{t}_T$ は Coulomb の摩擦条件式

$$\left\|\boldsymbol{t}_T\right\| \leq \nu_F \left|\lambda_N\right| \quad \text{on} \quad \Gamma_C \tag{4}$$

を満足する．ここで，ν_F は摩擦係数である．一方，接触面を除く不連続面 $\Gamma_d \setminus \Gamma_C$ 上の表面力ベクトル $\boldsymbol{t}$ は，

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{n\sigma} = \begin{cases} \boldsymbol{t}^{coh} & \text{on } \Gamma_{PZ} \\ \boldsymbol{0} & \text{on } \Gamma_d \setminus \Gamma_{PZ} \end{cases} \tag{5}$$

であり，$\boldsymbol{t}^{coh}$ は FPZ に生じる結合力である．本研究では，$\boldsymbol{t}^{coh}$ に Wells ら [2] が採用した Cohesive crack モデルの表面力－開口変位関係を与えるものとした．

$$\left\|\boldsymbol{t}^{coh}\right\| - f_t \exp\left(-\frac{f_t}{G_f}\kappa\right) \leq 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_{PZ}. \tag{6}$$

ここで，f_t は引張強度，G_f は破壊エネルギであり，κ は載荷履歴における最大の開口変位である．

不連続面進展に伴う境界の逐次変化を考慮しながら，以上の制約条件式 (3)〜(6) を満足するように方程式 (1), (2) を解けば，破壊進展問題の解が得られる．

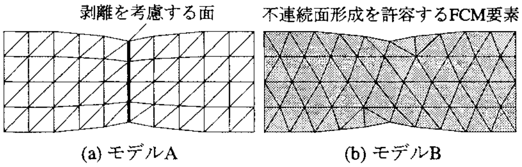


図-2 引張試験の解析モデル

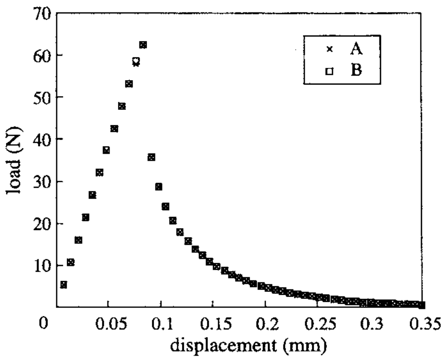


図-3 載荷曲線

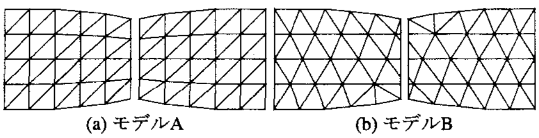


図-4 引張試験の不連続面進展経路

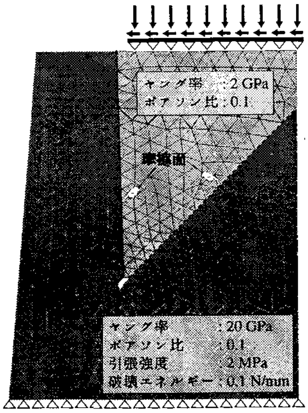


図-5 解析モデル

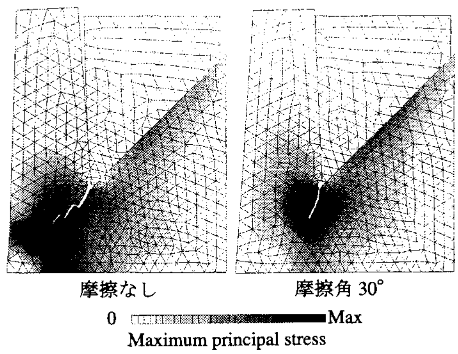


図-6 不連続面進展経路

3. 数値解析例

3.1 不連続面の発生・進展挙動に関する検証

材料内部および材料界面での不連続面発生・進展挙動の検証を目的として，図-2 に示す供試体に対して平面ひずみ条件下での変位制御引張試験シミュレーション解析を行った．モデル A では材料界面を想定した面にモルタル要素を配置し，モデル B では不連続面形成を許容する FCM 要素を配置した．各モデルともに不連続面発生後は FPZ において Cohesive crack モデルを逐次適用する．引張強度などの解析パラメータは両解析モデルに対して等しく設定し，$E = 2\mathrm{GPa}$, $\nu = 0.1$, $f_t = 2\mathrm{MPa}$, $G_f = 0.15\mathrm{N/mm}$ とした．

図-3 に引張試験における載荷曲線，図-4 に不連続面の発生・進展経路を示す．載荷曲線および不連続面進展経路は両解析モデルにおいてほぼ一致しており，提案手法での異種材料界面での不連続面発生・進展に対する取り扱いと，材料内部における不連続面の発生・進展に対する取り扱いの２つの方法が力学的に整合性を有していることを示している．

3.2 破壊進展問題における不連続面の摩擦の影響

不連続面の摩擦特性が破壊進展問題に及ぼす影響を把握することを目的として，図-5 に示すような数値シミュレーションを行った．

図-6 に摩擦面の摩擦角 0°，30° とした解析の不連続面進展経路を示す．摩擦角 0° の解析では不連続面が波状に進展しているのに対して，摩擦角 30° の場合では不連続面は直進するように発達する様子が確認できる．これにより，不連続面での摩擦特性が，変形破壊挙動に影響を及ぼし，強度特性にも影響を及ぼし得る重要な因子であることが確かめられた．

参考文献

1) Laursen, TA.: *Computational Contact and Impact Mechanics*: Springer-Verlag, 2002.
2) Wells GN, Sluys LJ.: A new method for modelling cohesive cracks using finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50, pp. 2667–2682, 2001.
3) Terada K, Asai M, Yamagishi M.: Finite cover method for linear and non-linear analysis of heterogeneous solids, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58, pp. 1321–1346, 2003.