Ⅱ－41　植生域氾濫流基礎式の一般化

秋田大学　正員　松冨　英夫

1．はじめに

津波や洪水の氾濫流のように長波（静水圧）近似が可能な流れを対象として，植生域氾濫流の基礎式を誘導し，既往の式との差[1)]や植生関係項の寄与度[2)]を論じた．津波や洪水の氾濫流は市街や住宅域にも押し寄せるので，これらの地域にも対応できるように基礎式を一般化しておくことは有益と思われる．そこで，本研究は，基礎式を植生域に限らず，住宅域等も含めた一般性の高いものに拡張する．もちろん，平面二次元場のものを誘導する．

2．基礎式の一般化

図-1 に植生域等の氾濫流場のモデルと諸記号の定義を示す．h は浸水深，u と v は x と y 方向の水深平均の氾濫流速，$d(h)$は浸水植生等と同浸水深・同浸水体積（表面積は非保存）を有する換算円柱や換算正四角柱等の直径や辺長，$d_0(=d(0))$は地表面での直径や辺長，Δx とΔy は各々x と y 方向の植生等 1 個体あたりの域長である．

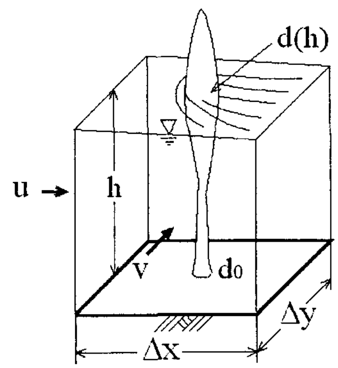

図-1 氾濫流場のモデル．

(1) 連続式

$\Delta x\Delta y$ 領域へのΔt 時間における質量の流入量と流出量の差によって本領域に貯まる質量は，

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho p)\Delta x\Delta y\Delta t-\frac{\partial}{\partial y}(\rho q)\Delta x\Delta y\Delta t. \tag{1}$$

ここで，ρ は流体の密度，$p(=hu)$と $q(=hv)$は各々x と y 方向の単位幅流量である．

一方，本領域におけるΔt時間あたりの質量の変化は，

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\rho h\left(\Delta x\Delta y-\gamma d^2\right)\right\}\Delta t. \tag{2}$$

ここで，γ は換算断面形に依存する係数で，$\pi/4$ は円柱，1 は正四角柱，他は四角柱を考えたことになる．

式(1)は式(2)の原因である．よって，式(1)と(2)は等値で，非圧縮とすれば，連続式として次式を得る．

$$\left\{1-\frac{\kappa(h)}{100}-\frac{\kappa(h)}{50}\frac{h}{d}\frac{dd}{dh}\right\}\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial q}{dy}=0. \tag{3}$$

ここで，$\kappa(h)(=\gamma d^2/\Delta x\Delta y)$は植生等の密度(%)である．連続式については植生域の場合と複雑さは変わらない．植生等が無い場合や非定常項中の植生等による補正項が無視できる場合，式(3)は既往の式となる．

(2) 運動方程式

x 方向の運動方程式を考える．$\Delta x\Delta y$ 領域へのΔt 時間における運動量の流入量と流出量の差によって本領域に貯まる運動量は，

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho pu)\Delta x\Delta y\Delta t-\frac{\partial}{\partial y}(\rho qu)\Delta x\Delta y\Delta t. \tag{4}$$

また，本領域への圧力による正味の力積は，g を重力加速度として，

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}(\rho g h^2)\Delta x\Delta y\Delta t. \tag{5}$$

重力による力積は，i_xを底面勾配（上りが正）として，

$$-\rho\left(\Delta x\Delta y-\gamma d^2\right)i_x gh\Delta t. \tag{6}$$

底面せん断応力τ_{0x}による力積は，

$$-\tau_{0x}\left(\Delta x\Delta y-\gamma d_0^2\right)\Delta t. \tag{7}$$

植生の抗力と慣性力による力積は，

$$-\frac{1}{2}\rho C_{Dx}u|u|dh\Delta t. \tag{8}$$

$$-\gamma\rho C_{Mx}d^2h\frac{\partial u}{\partial t}\Delta t. \tag{9}$$

ここで，C_{Dx}は抗力係数，C_{Mx}は質量係数である．

さらに，例えば植生の揺動に伴う線形造波抵抗力[3]を考えれば，その力積は，

$$-2\gamma\rho\theta' dhu\Delta t. \tag{10}$$

ここで，θ'は線形造波抵抗係数である．

以上の結果として，本領域のx方向の運動量はΔt時間に次の量だけ変化する．

$$\frac{\partial}{\partial t}\left\{\rho p\left(\Delta x\Delta y-\gamma d^2\right)\right\}\Delta t. \tag{11}$$

よって，非圧縮におけるx方向の運動方程式は次式となる．

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{p^2}{h}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{pq}{h}\right)+gh\frac{\partial h}{\partial x}=-\left\{1-\frac{\kappa(h)}{100}\right\}i_x gh-\left\{1-\frac{\kappa(0)}{100}\right\}\frac{gn_0^2}{h^{7/3}}p\sqrt{p^2+q^2}$$
$$-\frac{\kappa(h)}{200\gamma}C_{Dx}\frac{p\sqrt{p^2+q^2}}{dh}-\frac{\kappa(h)}{100}C'_{Mx}\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{\kappa(h)}{50}\theta'\frac{p}{d}+\frac{\kappa(h)}{50}\left(\frac{p}{d}\frac{dd}{dh}+\frac{1}{2}C_{Mx}\frac{p}{h}\right)\frac{\partial h}{\partial t}. \tag{12}$$

ここで，C'_{Mx}（$=C_{Mx}-1$）は付加質量係数で，n_0をManningの粗度係数として，次式の関係式を用いている．

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1}{h}\left(\frac{\partial p}{\partial t}-\frac{p}{h}\frac{\partial h}{\partial t}\right), \tag{13}$$

$$\frac{\tau_{0x}}{\rho}=\frac{gn_0^2}{h^{7/3}}p|p|=\frac{gn_0^2}{h^{7/3}}p\sqrt{p^2+q^2}. \tag{14}$$

同様にして，y方向の運動方程式として次式を得る．

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{pq}{h}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{q^2}{h}\right)+gh\frac{\partial h}{\partial y}=-\left\{1-\frac{\kappa(h)}{100}\right\}i_y gh-\left\{1-\frac{\kappa(0)}{100}\right\}\frac{gn_0^2}{h^{7/3}}q\sqrt{p^2+q^2}$$
$$-\frac{\kappa(h)}{200\gamma}C_{Dy}\frac{q\sqrt{p^2+q^2}}{dh}-\frac{\kappa(h)}{100}C'_{My}\frac{\partial q}{\partial t}-\frac{\kappa(h)}{50}\theta'\frac{q}{d}+\frac{\kappa(h)}{50}\left(\frac{q}{d}\frac{dd}{dh}+\frac{1}{2}C_{My}\frac{q}{h}\right)\frac{\partial h}{\partial t}. \tag{15}$$

ここで，下添字yはy方向のものであることを示す．

運動方程式において，四角柱の場合は抗力項の換算辺長と線形造波抵抗項の換算表面積に工夫を要する．この面倒を避けるため，また流向が不定のため，四角柱は全て正四角柱とする手もある．植生等が無い場合や植生等の存在が無視できる場合,すなわち$\kappa(h)=\kappa(0)=0$の場合,式(12)と(15)は既往の浅水流方程式となる．

3．おわりに

四角柱に換算する場合等に問題が残っているが，植生域氾濫流の基礎式をより一般的なものに改良した．

参考文献

1)松冨英夫・大沼康太郎・今井健太郎：植生域氾濫流の基礎式と植生樹幹部の相似則,海岸論文集,第51巻,pp.301-305,2004.2001.

2)松冨英夫・鈴木明菜：植生域氾濫流基礎式における植生の寄与度と相似則に基づいた植生模型の氾濫応答，東北地域災害科学研究，第41巻，アブストラクト，2005.

3) 今井健太郎・松冨英夫・高橋智幸：津波氾濫流の植生に作用する各種流体力，海岸工学論文集，第50巻，pp.276-280, 2003.