

II-35 河道内の流水と河床表層下の浸透水の間に生じる相互作用について

東北大学工学部 学生員 ○大友裕隆
東北大学大学院 正会員 泉 典洋

1. はじめに

近年、河道内における生物環境の重要性が再認識されており、それに関して数多くの研究が行われている。河道を流れる河川流と、透水性が高い砂礫で構成された河床内浸透層を流れる浸透流の間では、流水、有機物、溶存酸素などの交換が起こることが明らかになり、それが重要な環境要素として認識されるようになった。しかし、流水交換の過程やその形成条件はほとんど明らかになっていない。

一つの境界面を境にして上下の流速分布が不連続な流れは、境界面の微小変化に対して不安定になることが知られている¹⁾。そこで本研究では、線形安定解析を用いて河川流、浸透流間での交換の発生メカニズムを明らかにすることを目的としている。

2. モデル

図-1に示すような河床勾配 S の二層流モデルを考える。河川流、浸透流の方程式は水深方向に積分して流下方向に平均流速で流れる浅水流方程式を用いている²⁾。この二つの流れが等流状態であるときに河川流、浸透流に微小な擾乱を与えて、その発達率が正であれば流れは不安定となり、擾乱は発達する。すると、二層間の交換は活発になると考えられる。

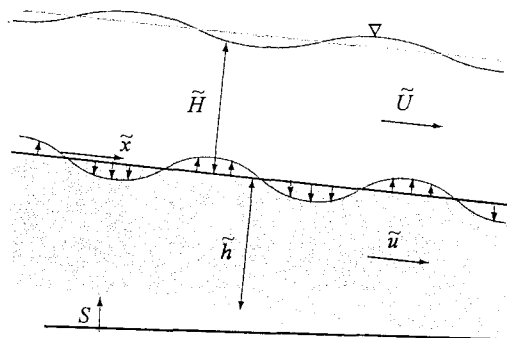


図-1 二層流モデルを示した概念図

3. 定式化

(1) 浅水流方程式

河川流、浸透流の運動方程式と連続の式をそれぞれ水深および浸透層厚で平均した浅水流方程式は次式のように表される。

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{U} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} = -g \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \tilde{x}} + gS - C_f \frac{\tilde{U}^2}{\tilde{H}} - \frac{\tilde{U} - \tilde{u}}{\tilde{H}} \tilde{q} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{H}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{U} \tilde{H}}{\partial \tilde{x}} = \tilde{q} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\lambda_p} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{t}} + \frac{1}{\lambda_p^2} \tilde{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \tilde{x}} = -g \frac{\partial \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} + gS - \frac{1}{\lambda_p} C_D \frac{a}{2} \tilde{u}^2 - \frac{1}{\lambda_p^2} \frac{\tilde{U} - \tilde{u}}{\tilde{h}} \tilde{q} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \tilde{u} \tilde{h}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{q} = 0 \quad (4)$$

ここで $\tilde{U}$ および $\tilde{u}$ はそれぞれ水深および浸透層厚で平均した流下方向流速、 $\tilde{H}$ および $\tilde{h}$ はそれぞれ水深および浸透層厚、 $\tilde{t}$ は時間、 $\tilde{x}$ は流下方向座標、 g は重力加速度、 λ_p は空隙率である。 $\tilde{q}$ は河床での流れの水深方向流速であり、(1)、(3)の右辺最後の項は河川流、浸透流間での運動量輸送を表している。また C_f は底面摩擦係数、 C_D は抗力係数であり、簡略化のためここでは定数とする。 a は単位体積に存在する土砂粒子の投影面積である³⁾。

(2) 無次元化

次のような無次元化を導入する。

$$(\tilde{U}, \tilde{u}) = U_c (U, u), \quad \tilde{q} = C_f U_c q, \quad (5a, b)$$

$$(\tilde{H}, \tilde{h}) = H_c (H, h), \quad \tilde{x} = \frac{H_c}{C_f} x, \quad (5c, d)$$

$$\tilde{t} = \frac{H_c}{C_f U_c} t \quad (5e)$$

ここで U_c は限界流速、 H_c は限界水深であり次式が成り立つ。

$$\frac{U_c^2}{g H_c} = 1 \quad (6)$$

(3) 基本解

線形安定解析を行う前に基本解を求める。基本解は等流状態のときの流れを示しているの、(1) - (4)の浅水流方程式の無次元化を行い、式から x 微分および t 微分、 q を落とすと次のように求まる。

$$U_0 = \sigma^{1/3}, \quad H_0 = \sigma^{-1/3} \quad (7a,b)$$

$$u_0 = \left(\frac{\lambda_p \sigma}{\chi} \right)^{1/2} \quad (8)$$

ここで

$$\sigma = \frac{S}{C_f}, \quad \chi = \frac{C_D a H_c}{2 C_f} \quad (9)$$

σ は正規化された河床勾配であり、1より大きいときに急勾配、流れは射流となる。また $C_D = 0.4$ 、 $C_f = 0.01^{(3)}$ とする。

4. 線形安定解析

等流状態の流れに対して、次のような摂動展開を導入する。

$$U = U_0 + A e^{\Omega t} U_1 e^{i(kx - \omega t)} \quad (10a)$$

$$H = H_0 + A e^{\Omega t} H_1 e^{i(kx - \omega t)} \quad (10b)$$

$$u = u_0 + A e^{\Omega t} u_1 e^{i(kx - \omega t)} \quad (10c)$$

$$q = A e^{\Omega t} q_1 e^{i(kx - \omega t)} \quad (10d)$$

ここで A は摂動の振幅であり微小であると仮定する。また Ω および k 、 ω はそれぞれ摂動の発達率および波数、角振動数の無次元量である。上式を無次元化した浅水流方程式に代入して、 A のオーダーで整理すると摂動方程式が導かれる。この摂動方程式を解くと発達率 Ω について次式のような関係が得られることになる。

$$\Omega = \Omega(k; \sigma, \chi, h, \lambda_p) \quad (11)$$

5. 結果と考察

図-2に $\chi = 20$ 、 $h = 0.5$ 、 $\lambda_p = 0.3$ における発達率 Ω の等高線図を示す。横軸が擾乱の波数 k 、縦軸が正規化された河床勾配 σ である。ここで実線が正のコンタ、太い実線が中立曲線、点線が負のコンタである。中立曲線から正の領域で不安定が起きており、擾乱が発達していることを示している。図-2から正の Ω は波数によらず $\sigma = 4$ 程度の値より大きい領域に現れることがわかる。ここで式(6)および(7a,b)により、河川流の等流状態のフルード数は $\sigma^{1/2}$ と表すことができるので、 $\sigma = 4$ に相当する等流状

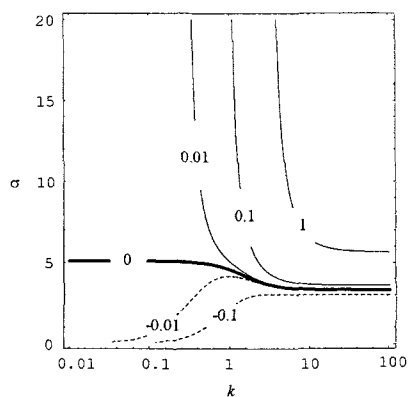


図-2 発達率 Ω の等高線図

態のフルード数は2となる。よって河川流が緩勾配の常流の場合やフルード数が2程度より小さい流れでは、擾乱を与えても発達率は負となり、擾乱は減衰して安定となる。一方、フルード数が2程度より大きい射流では擾乱の発達率は正となり、河川流、浸透流間の交換は活発になることがわかる。また χ 、 h の値を変えて不安定領域の変化を調べたところ、 χ が小さく、 h が大きくなるにつれて、不安定領域は波数が1程度より大きいところで、僅かながら σ の小さい範囲に広がった。すなわち透水性が大きいほど、また浸透層厚が大きいほど僅かに不安定が起きやすくなり、交換が生じやすくなることがわかる。しかし浅水流近似を用いた本解析では、最も交換が活発になるのは波数が大きい領域となってしまう。浅水流近似を用いない理論での検討が今後必要であろう。

6. まとめ

水深、浸透層厚で平均した浅水流方程式を用いることによって線形安定解析を行い、河川流、浸透流間の流水交換現象の説明を試みた。フルード数が大きい領域で流れは不安定となり、二層間の流水交換は発達することがわかった。

参考文献：

- 1) 日野幹雄：流体力学，朝倉書店，1974。
- 2) 泉典洋，Nguyen HUY PHOUNG：転波列発生の不安定性理論，応用力学論文集，Vol.4, pp.611-618, 2001。
- 3) 流体力学ハンドブック，日本流体力学会編，丸善，1987。