

秋田大学	○学生員	千田 知弘
秋田大学	正 員	後藤 文彦
秋田大学	正 員	長谷部 薫
秋田大学	正 員	薄木 征三

1. はじめに

近年は、集成材を鋼板やPC鋼棒などで補強したハイブリット型の構造を用いることで比較的長スパンの小・中規模の道路橋へと集成材の利用範囲が広がってきおり、それに伴い、様々な条件で用いられる集成材部材の面外座屈を含めた力学特性や耐荷力特性を知ることの重要性が増してきている。集成材の力学特性を調べるための様々な実験は行われているが、実験には条件設定や規模、経済上・時間上の制約があるので、数値的な解析手法も確立されることが望まれる。しかし、集成材は一定のばらつきを持つ直交異方性材料であり、引張に対しては破断まではほぼ線形、圧縮側には塑性域があり、曲げを受けた場合のせん断変形は無視できないほどには大きいといった特性上、座屈耐荷力などの高次非線形解析となると、コンピューターや汎用ソフトの飛躍的に進歩した現在においても、まだ多くの困難を伴う。そこで本研究では、鋼構造の分野では既に非線形解析のノウハウの確立している梁要素を用いた有限変位・有限要素法の定式化を拡張して、集成材梁の耐荷力解析を試みる。具体的には、幾何学非線形を考慮した剛性方程式に集成材の弾塑性性状をファイバーモデルで考慮し、せん断変形をティモシェンコ梁で考慮する。解析解の存在する弾性横ねじれ座屈の問題を解析して本定式化の精度を確認した後、実験が試みられた集成材梁モデルに対する横ねじれ座屈の問題を試算し、解析値と実験値の関係について考察する。

2. 解析手法

文献¹⁾の有限変位・有限要素法では、次式のような剛性方程式を導いている。

$$\mathbf{f} = \mathbf{RKT}^T \mathbf{r}$$

ここに、 \mathbf{f} は節点力ベクトル、 \mathbf{R} は回転と変形を表す行列、 \mathbf{K} は微少変位理論の線形剛性行列、 \mathbf{T} は座標変換行列、 \mathbf{r} は節点相対変位ベクトルである。本研究では、この \mathbf{K} を、梁の2軸曲げ2方向のせん断変形に対してそれぞれせん断補正係数で考慮した3次元

ティモシェンコ梁理論の剛性行列に置き換え、接線剛性行列の固有値を調べる¹⁾ことで座屈判定する。尚、材料定数は松などの接線方向のヤング率と面内の曲げに対するせん断弾性係数などを参考にして、ヤング率 $E = 10.0\text{GPa}$ 、せん断弾性係数 $G = 0.7\text{GPa}$ とし、せん断補正係数 k は、

$$k = \frac{10E}{11E + 2G}$$

の関係¹⁾から与える。ちなみに、 E と G から等方性材料としてポアソン比を計算すると 1 を越えるが、本解析ではポアソン比は使われない。梁断面を分割したファイバー要素の軸方向応力のみで降伏判定を行い、応力-ひずみ関係は、図-1 のように圧縮側は降伏圧縮応力 σ_Y の完全弾塑性（除荷は弾性）とし、引張側はいずれかの要素が破断応力 σ_B に達した時点で限界荷重に達したと判定する。

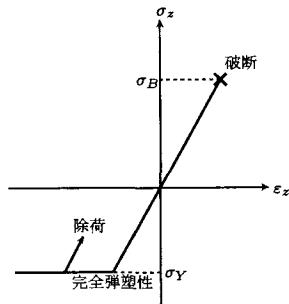


図-1 軸方向応力-軸方向ひずみ関係

3. 数値計算

小野ら²⁾が横ねじれ座屈の実験を行った片持ち梁のモデルに対して、弾塑性解析を試みる。幅 5cm × 高さ 25cm とし、集成材の圧縮降伏応力 σ_Y と引張破断応力 σ_B は、文献¹⁾などを参考にして、 $\sigma_Y = -20\text{MPa}$ 、 $\sigma_B = 40\text{MPa}$ とし、その他の弾性係数は前節と同様とする。

片持ち梁の横ねじれ座屈に対しては解析解は導かれていらないが、Trahair³⁾が次式のような座屈公式を

提案している。

$$P_{cr}^T = \frac{\sqrt{E_y I_y G J}}{\ell^2} \left(3.95 + 3.52 \sqrt{\frac{\pi^2 E I_\omega}{G J \ell^2}} \right) \quad \dots (1)$$

式中に面内剛性 $E I_x$ の項がないことから分かるように、この式は座屈前の面内たわみの影響は考慮していない。

さて、梁の軸長 ℓ を 2m~10m まで変化させて解析した結果を図-2 に示す。弾性解を実線で、弾塑性解析の結果を黒丸で示す。なお、弾塑性解析は、座屈荷重の数千分の一程度の荷重増分を累積させて解いている。

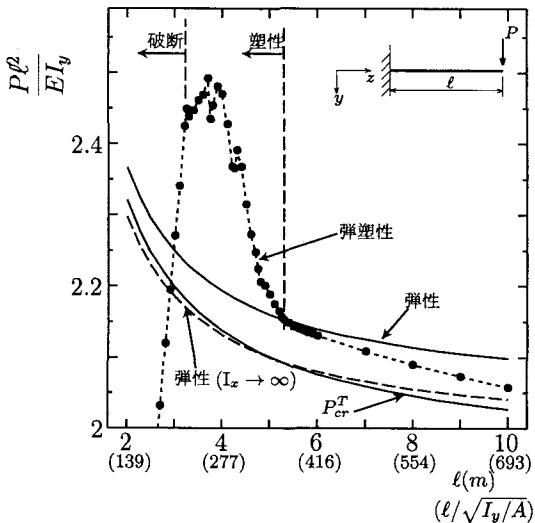


図-2 片持ち梁の横ねじれ座屈

通常の面内剛性で解析した結果は、面内剛性を無限大とした結果よりも約 2.5%ほど高い値を示すが、この差が、座屈前の面内たわみの影響と考えられる。本解析解は、 $\ell \geq 5.5m$ では弾性域で座屈し、 ℓ が大きいほど弾性解よりも低めの解が得られている。 $\ell \leq 5.4m$ では、軸圧縮応力が大きくなる固定端側の下部からファイバー要素が塑性化し始め、断面の剛性が低くなるためにたわみやすい梁となるため、座屈前の面内たわみも大きくなり、座屈荷重が弾性解よりも高くなるものと考えられる。但し、 ℓ の増加に対して、座屈荷重が単調には減少せずにギザギザと乱れが入っている。この乱れは荷重増分を粗くするほど大きな傾向がある。 $\ell \leq 3.2m$ では、固定端部引張側の破断で破壊する。

小野らの文献²⁾のグラフ中からおよその値が読み

取れる $\ell=3m, 3.5m, 4.5m$ の実験値を小野らの材料定数の測定値で $P_{cr} \ell^2 / EI_y$ と無次元化してみると、それぞれ、1.6, 1.8, 1.9 となり、 ℓ が大きくなるほど無次元化座屈荷重が大きくなっている。解析値とは逆の傾向を示す。ちなみにこれらの実験値は、小野らの材料定数の測定値を用いて計算した Trahair の解 P_{cr}^T よりも 20%前後低めの値ではないかと思われる。

山本ら⁴⁾の行った木材の片持ち梁に対する横ねじれ座屈の実験で、梁の軸長 ℓ を同じ断面と断面定数で比較できるデータを以下に示す。

表-1 山本らの実験値

$E(\text{GPa})$	$G(\text{GPa})$	$\ell(\text{cm})$	$\frac{\ell}{\sqrt{I_y/A}}$	$\frac{P_{cr}^T \ell^2}{EI_y}$	$\frac{(\text{実験値}) \ell^2}{EI_y}$
14.4	0.83	30	1350	1.679	1.241
14.4	0.83	50	2249	1.639	1.490
11.1	1.02	70	2055	2.299	2.021
11.1	1.02	110	3229	2.245	2.296

これは細長比 $\ell / \sqrt{I_y/A}$ がかなり大きめの木材梁での実験であるが、2種の材料定数の梁について、無次元化した Trahair の解 ($\frac{P_{cr}^T \ell^2}{EI_y}$) は細長比 ($\ell / \sqrt{I_y/A}$) の大きい方が小さくなるのに対し、無次元化した実験値 ($\frac{(\text{実験値}) \ell^2}{EI_y}$) は細長比 ($\ell / \sqrt{I_y/A}$) の大きい方が大きくなっている。

4.まとめ

梁要素に対する有限変位・有限要素法の定式化を拡張して、集成材梁の座屈耐荷力の解析を試みた。実験例の存在する片持ち梁の横ねじれ座屈の問題に関しては、塑性化による断面剛性の低下の生じる領域で、本数値解は座屈前の面内たわみの影響を大きく評価しているようであるが、数値誤差による乱れのようなものが認められた。今回の解析の結果、面外曲げ剛性と梁の軸長で無次元化した座屈荷重が、解析値では細長比が大きいほど小さくなるのに対して、実験値では逆に大きくなる傾向が複数の実験例から認められたが、この理由については、今後、解析と実験の両面から考察を続けたい。

参考文献

- 千田知弘、後藤文彦、長谷部薰、薄木征三：集成材梁の横ねじれ座屈耐荷力、構造工学論文集、Vol.51A、2005（掲載予定）
- 小野徹郎、井戸田秀樹、加藤征宏：集成材はりの横座屈耐力に関する考察、日本建築学会構造系論文集第547号、pp.121-128、2001。
- Trahair, N. S.: Flexural-Torsional buckling of structures, E & FN Spon, Chapman and Hall, London, England. 1993.
- 山本宏、松本勝彦：木質梁の横安定性について（第1報）、北海道林産試験場研究報告、第62号、pp.1-29、1974。