

I-30 損傷の発展則を組み込んだ平均化手法を用いた弾塑性有限要素解析

東北大学大学院工学研究科 学生員 ○黒木 誠一郎
東北大学大学院工学研究科 正会員 岩熊 哲夫

1. 序論

材料が変形を受けることで内部に損傷が蓄積していき材料全体の剛性が低下する。この現象を表現する理論にボイド損傷理論があるが、この理論では弾性剛性の低下をそれ程厳密には表現することはできない。そのために繰り返し載荷のような除荷を伴う解析に従来のボイド損傷理論を用いると実際の応答を過大評価する恐れがある。そこで本研究では平均化手法を用いて損傷による弾性剛性の低下を表現する。その際、従来の手法では考慮されていない損傷の発生源である材料内の粒子の剛性も考慮して平均化を行う。これで得られる平均剛性を用いて数値解析を行い、実験結果と比較して本手法の有用性を示す。

2. 弾塑性接線係数

本研究では文献¹⁾に示されている構成モデルを用いる。ボイド損傷理論では損傷をボイドと置き換えるので、降伏関数にはボイド体積分率が含まれている。また、塑性ひずみ増分はボイドを含む材料に対しても法線性を有するものと仮定されている。適合条件から最終的に得られる弾塑性接線係数は、

$$\bar{D}_{ijkl}^{\text{ep}} = \bar{\mu} (\delta_{il}\delta_{jk} + \delta_{ik}\delta_{jl}) + \left(\bar{\kappa} - \frac{2}{3}\bar{\mu} \right) \delta_{ij}\delta_{kl} - \frac{9\sigma_f^2}{H\sigma_f^2 + 9\bar{\mu}\bar{J}_2 + 9\bar{\kappa}\alpha^2\sigma_f^2} \left(\frac{\bar{\mu}\bar{s}_{ij}}{\sigma_f} + \bar{\kappa}\alpha\delta_{ij} \right) \left(\frac{\bar{\mu}\bar{s}_{kl}}{\sigma_f} + \bar{\kappa}\alpha\delta_{kl} \right) \quad (1)$$

となる。ここに、 $\bar{\kappa}, \bar{\mu}$ は損傷が蓄積している材料全体の体積弾性係数とせん断弾性係数である。

3. 平均弾性剛性と剛性低下の表現

損傷が蓄積した材料を母材、球形介在物（粒子）、剛性ゼロの球形介在物（ボイド）の3相複合材料と捉えた場合、森・田中の平均場理論とEshelbyの等価介在物法に基づく平均化手法を用いることで、材料全体の平均体積弾性係数 $\bar{\kappa}$ と平均せん断弾性係数 $\bar{\mu}$ はそれぞれ

$$\bar{\kappa} = \kappa_M \left[1 - \frac{\{\kappa_M - (\kappa_M - \kappa_1)\chi\}f_2 + (1-\chi)(\kappa_M - \kappa_1)f_1}{\{\kappa_M - (\kappa_M - \kappa_1)\chi\}\{(1-\chi)(1-f_1) + \chi f_2\} + (1-\chi)f_1\kappa_M} \right] \quad (2-a)$$

$$\bar{\mu} = \mu_M \left[1 - \frac{\{\mu_M - (\mu_M - \mu_1)\psi\}f_2 + (1-\psi)(\mu_M - \mu_1)f_1}{\{\mu_M - (\mu_M - \mu_1)\psi\}\{(1-\psi)(1-f_1) + \psi f_2\} + (1-\psi)f_1\mu_M} \right] \quad (2-b)$$

となり、 χ, ψ をそれぞれ

$$\chi \equiv \frac{1 + \nu_M}{3(1 - \nu_M)}, \quad \psi \equiv \frac{2(4 - 5\nu_M)}{15(1 - \nu_M)} \quad (3)$$

と定義した。 κ_M, μ_M, ν_M は母材の体積弾性係数、せん断弾性係数、ポアソン比、 κ_1, μ_1, f_1 は粒子の体積弾性係数、せん断弾性係数、体積比率であり、 f_2 はボイドの体積比率である。この $\bar{\kappa}, \bar{\mu}$ を用いることで損傷の蓄積した材料の平均剛性を得ることができる。ボイド損傷理論では損傷をボイドと置き換えて考えるので、損傷の進展はボイド体積分率の進展として扱われ、ボイドの発生、成長、合体の3つの和として

$$df_2 = \frac{f_N}{s\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_M^p - \varepsilon_N}{s} \right)^2 \right] d\varepsilon_M^p + (1 - f_2) d\varepsilon_{ij}^p + \frac{f_U - f_C}{\Delta\varepsilon} d\varepsilon_M^p \quad (4)$$

と表わされる。ここに、 f_N はボイドの発生源である粒子の体積比率であり、本研究ではボイドの発生を粒子と母材の完全剥離と仮定するので、損傷が無い初期状態では $f_N = f_1$ であり、損傷の進展に伴い f_1 が減少して f_2 が増加する。これによって式(2-a)と式(2-b)から分かるように塑性変形が続く限り材料全体の剛性が低下する。

4. 実験結果との比較

文献²⁾に示されている単純梁の3点曲げ試験の実験結果との比較を行う。解析対象は図-1に示される寸法であるが、ここでは試験片の厚さ方向中央断面の挙動をシミュレートするために平面ひずみ状態を仮定して2次元解析を行う。メッシュ分割は解析対象の対称性から左半分にのみ着目して図-2のように行った。境界条件は支点a上の節点を全方向に拘束し、辺bc上の全節点を水平方向に対して拘束する。

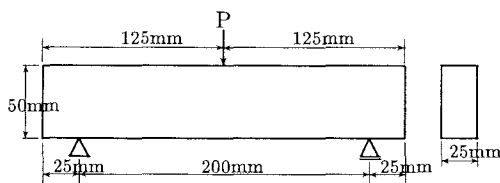


図-1 3点曲げ試験片の外観および寸法

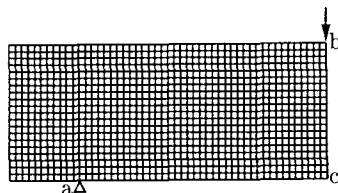


図-2 メッシュ分割図

材料定数は文献²⁾と同じ値を用いるが、粒子に対しては材料定数が与えられていないので、ここでは母材の弾性係数の2倍と1/2倍の2通りの値を設定した。このように値を設定して得られた荷重作用点の荷重-変位関係を図-3に示す。ただし、図-3は本手法で安定に解析できる範囲にのみ着目したものである。実線が既往の研究と同じく、粒子を単なる損傷パラメータと捉えた場合の結果で、破線と一点鎖線はそれぞれ粒子の剛性が母材よりも高い場合と低い場合の結果である。粒子の剛性の大小によって材料全体の剛性が上下するという予想通りの結果が得られている。ここでは粒子の剛性を任意に決めているので厳密な議論にはなっていないが、この結果から、粒子の剛性を考慮していない従来の手法では実際の応答をずれて予測している可能性があると考えられる。

本手法は損傷の進展に伴う弾性剛性の低下も考慮しているが、図-3からはその影響を読み取ることができない。そこで、最も降伏するのが早かった支点上の要素に着目して損傷の進行に伴う弾性係数の低下を図-4に示す。縦軸は逐次得られる平均弾性係数 $\bar{E}$ を損傷が起きていない初期状態の平均弾性係数 $\bar{E}_{ini}$ で除したもので、横軸は母材の相当塑性ひずみである。実線は図-3の粒子の剛性が母材よりも高い場合から得られる結果であり、この解析では損傷がほとんど起きていないことが分かる。これは損傷の発生速度を決定する式(4)中の標準偏差 s と平均値 ϵ_N が大きいためである。ここでは $s = 0.1, \epsilon_N = 0.3$ としているので図-3の解析範囲内ではわずかな損傷にとどまる。図-4の破線は、擬似的に大きな変形をシミュレートするために s と ϵ_N を小さくした場合の平均弾性係数の低下の様子を表わしている。この結果から、ここで行った解析範囲内では弾性剛性の低下はごくわずかなが大変形を対象とする場合には弾性剛性の低下も明確になることが分かる。本手法では式(4)から分かるように塑性変形が続く限り剛性の低下を表現できるので、介在物の破壊によってのみ剛性が低下すると考える複合材料の研究³⁾よりも、複合材料の弾塑性挙動予測に対して有効だと考えられる。

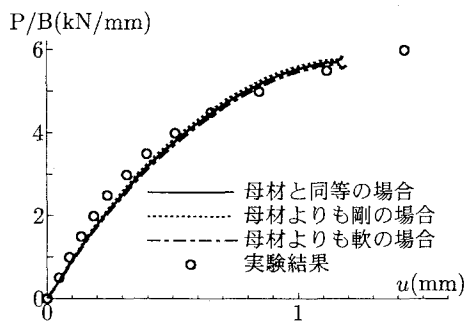


図-3 実験結果との比較

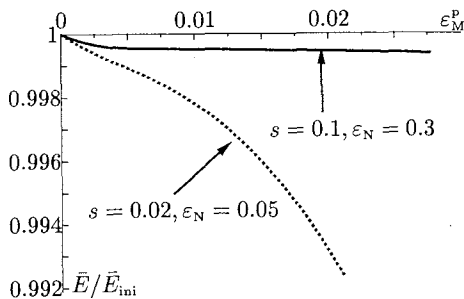


図-4 平均弾性係数の低下の様子

5. 結論

以上の結果から以下のように結論付けられる。

- ボイド損傷理論に基づいた既往の手法では、実際の応答をずれて予測する恐れがあると考えられる。
- 本手法は複合材料の弾塑性挙動予測に対して有効だと考えられる。

参考文献

- 1) Tvergaard, V.: Material failure void coalescence in localized shear bands, *Int. J. Solids. Structures.*, Vol.18, No.8, pp.659-672, 1982.
- 2) Petr Hausild, Clotilde Berdin, Philippe Bompard, Nicolas Verdière: Ductile fracture of duplex stainless steel with casting defects: *Int. J. Pres. Ves. & Piping*, Vol.78, pp.607-616, 2001.
- 3) J.W.Ju, H.K.Lee: A micromechanical damage model for effective elastoplastic behavior of partially debonded ductile matrix composites: *Int. J. Solids. Structures.*, Vol.38, pp.6307-6332, 2001.