

## 砂の平面ひずみ試験における変形パターンの分岐メカニズム に基づく画像解析法

東北大學 学○佐々木寛典 正 池田清宏  
正 市村強

### 1. はじめに

土の「要素試験」において、様々な変形の局所化や破壊形態が存在する。Hill & Hutchinson<sup>1)</sup>が明らかにした均質材料からの分岐によるせん断線形成メカニズムが土のせん断線形成の記述にも用いられている<sup>2)</sup>。弾塑性分岐による局所変形モードの発生やその多様性、せん断帯の形成に関する研究がなされている<sup>3)</sup>。しかし、実験における分岐の発現を特定することは、現状では困難である。

本論文では、土の供試体の変形挙動の画像解析法を提案する。本解析法により、土のせん断試験における分岐の発現を特定し、変形の進行と局所化のメカニズムを明らかにする。

### 2. 実験

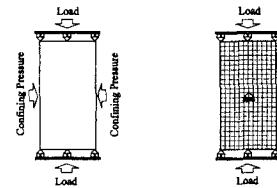
供試体の寸法は幅2(cm)、高さ5(cm)、すなわち形状比  $R = 2.0$  とした。図-1(a)に示すように、両面排水、端面摩擦なし、側圧一定、載荷速度一定という条件の下で、豊浦砂の平面ひずみ圧縮試験を行い、せん断帯の発生過程や局所的な変形の進行の画像情報を収集した。載荷速度は0.10%/minとし、側圧は49(kPa)で一定とした。供試体の潤滑度は  $\rho_t = 1.95(\text{g}/\text{cm}^3)$ 、間隙比は  $e = 0.354$ 、飽和度は  $S_r = 0.928(\%)$  であった。図-2に、実験により得た応力ひずみ曲線を破線で示す。

### 3. 数値解析

数値解析は、実験と同じ形状比のモデルに対し(図-1(b))、山川ら<sup>4)</sup>の超弾性有限変形解析を用い。完全弾塑性を仮定し、降伏基準はDrucker-Pragerモデルを用いている。また、弾性係数  $E = 11.5 \text{ MPa}$ 、摩擦角  $\theta = 30^\circ$ 、ポアソン比  $\nu = 0.3$ 、粘着力  $c = 77.4 \text{ kPa}$  を用いた。図-2に、実験により得た応力ひずみ曲線を実線で示す。実験、解析ともに弾性域では、似かよったグラフが得られた。解析は定性的シミュレーションを主体とする。

### 4. 画像解析

本研究では、最新の画像解析技術である「PIV」(粒子画像流速計測法)と群論的分岐理論の「ブロック対角化原理」<sup>5)</sup>と「2重フーリエ変換」とを組み合わせた画像解析法を用いた。土の平面ひずみ圧縮せん断に



(a) 実験用供試体 (b) 解析モデル  
図-1 実験・解析対象の概略図

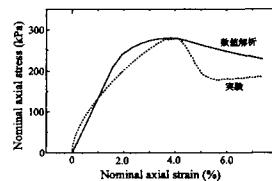


図-2 応力ひずみ曲線

おける均質な変形状態からの拡散型モードによる分岐を、フーリエ変換による画像のスペクトル分解により検出する。さらに、ブロック対角化原理による画像の分解により対称性の喪失に伴う分岐を検出する。

### 4.1 2重フーリエ変換による分岐の検出

図-3に解析、実験から得られた変形モードと、その変形モードをフーリエモード(拡散型モード)で分解したときのスペクトル分布の経時変化を示す。実験、解析とともに初期の段階では、 $y$ 方向の一様圧縮のモードが卓越しており、対応するスペクトルが発生している。 $\varepsilon = 2.8\%$ では、 $x$ 方向の一様膨張モードが卓越してくる。 $\varepsilon = 4.0\%$ では、斜め方向のせん断線形成が起きている。このとき、 $x$ 方向、 $y$ 方向において最も支配的な  $\sin \pi y/L_y$  成分、 $\sin \pi y/L_x$  成分が分岐モードであると判断した。これらの分岐モードの発現に伴い、他のモードが連成項として発現してきたものと思われる。図-4に、 $x$ 方向、 $y$ 方向それぞれの最も支配的なモードを足し合わせた変形モードを示す。分岐モードは渦を描くようなモードとなっており、 $\pi$ 回転対称性を持っている。

また、実験においては、初期の段階から、 $x$ 方向ベクトルでは上下対称性を有するモード、 $y$ 方向ベクトルでは左右対称性を有するモードが検出された。これらはそれぞれ、たわむ様なモードと供試体を $y$ 方向に

押し込むようなモードであり、実験における載荷の偏心誤差や供試体の両端における載荷速度の若干のズレによるものと考えられる。

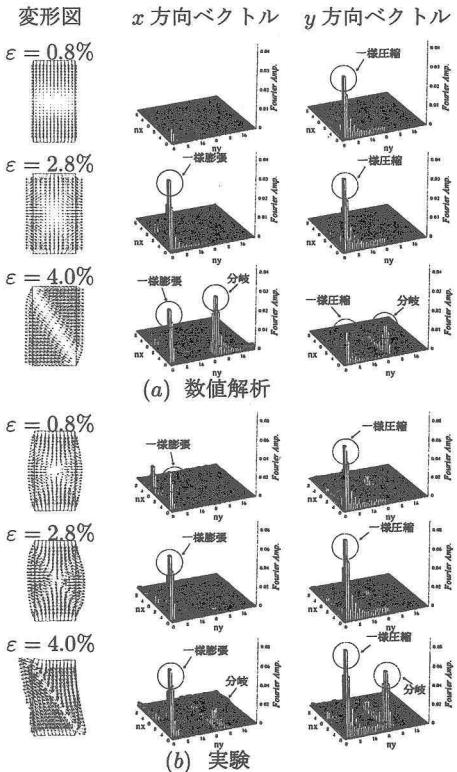


図-3 変形図と拡散型モードの分布

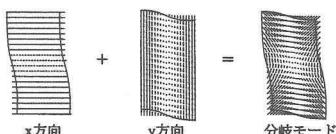


図-4 分岐モード

#### 4.2 ブロック対角化原理による分岐の検出

ブロック対角化原理を用いて、拡散型分岐モードの発現による供試体内部の対称性喪失による分岐を検出する。図-5に示すように、強度が急激に低下する付近である $\varepsilon = 3.6\%$ の変形場を、ブロック対角化原理によって4つの画像に分解した。この4つの画像の内、上下左右 $\pi$ 回転対称モードは、分岐以前のモードであり、残りの3つが分岐モードに対応する。この図から明らかのように $\pi$ 回転対称性を有するモードが分岐点で発生している。このモードは、分岐モードの発現をきっかけとして種々のモードが連成した後のモードに

対応している。この変形モードにより、

上下左右 $\pi$ 回転対称 $\rightarrow \pi$ 回転対称

という分岐を引き起こしている。

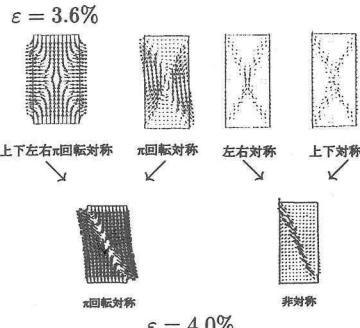


図-5 ブロック対角化原理による表現

#### 4.3 物理的解釈

以上の画像解析結果から推定されるせん断帯の形成メカニズムを図-6に示す。平面ひずみ試験では、一様な圧縮変形から、中央部が先行する形で体積膨張・軟化することにより強度が徐々に低下し、膨張速度が最大になったところで、分岐モードが発現し、急激に強度が低下する。分岐モードの発現に伴い変形場が均質状態から局所領域に集中する。その後、供試体の形状が徐々に崩壊し、「袈裟切り」状のせん断帯が進展していく。

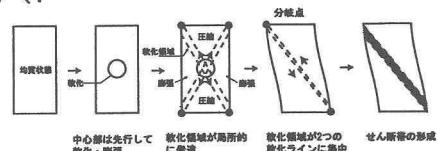


図-6 せん断帯形成メカニズム

#### 5. 結論

拡散型分岐モードの発現により、供試体の対称性が喪失し、せん断の形成が誘発されているということが確認できた。

#### 参考文献

- 1) R. Hill, J. W. Hutchinson: Bifurcation phenomena in the plane tension test, *J.Mech. Phys. Solids*, 23, 239-264, 1975.
- 2) I. Vardoulakis and J. Sulem: Bifurcation analysis in geomechanics, Blackie academic & Professional, 1995
- 3) Ikeda, K. et al.: Mode switching and recursive bifurcation in granular materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 45(11/12), 1929-1953, 1997.
- 4) 山川 優樹 他: 圧縮場における弾塑性体の分岐解析とパスジャンプ挙動、土木学会論文集, 701(III-58), 73-86, 2002.
- 5) 有尾 一郎 他: ブロック対角化法による平面構造物の有限要素並列解析、構造工学論文集, 38-A, 317-324, 1992.