

II-18

陽解法による新しい非線形分散波理論の津波数値計算法の提案

東北大学大学院 学生員 ○鳴原良典

東北大学大学院 正 員 今村文彦

1. はじめに

1983 年日本海中部地震津波で確認されたソリトン分裂や波状段波を再現するための非線形分散波理論による数値モデルの開発は、沿岸部での津波の波力や来襲形態を精度良く予測する上で極めて重要であるといえる。しかし、非線形分散波理論は浅水理論の高次近似式であるため、2次元の平面的な場の問題では非常に複雑になること、また分散項を陰的に差分する必要があるなどの問題があり、実用的な津波数値計算法は未だ確立されていない（首藤，2002）。本研究では、陽的に解くことで津波の発生から遡上まで一括して計算できる、非線形分散波理論の数値計算法を提案することを目的としている。

2. 数値解析手法

支配方程式は、運動量損失項（海底摩擦項，碎波減衰項）を考慮した非線形分散波理論式で以下のように表される。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 M}{\partial x^2 \partial t} - \frac{gn^2}{D^{7/3}} M |M| + \nu_e \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (2)$$

ここで η は波高， M は線流量， g は重力加速度， h は静水深， D は全水深 ($h + \eta$)， n は Manning の粗度係数 0.01，そして ν_e は渦動粘性係数である。これらの式を Staggered leap-frog 法により差分化して解く。

分散項は、浅水理論（分散項なし）の差分計算において、空間差分から生じる数値分散性を物理分散性として一致するように計算して取り入れる。ここで、一致するための条件は、

$$\Delta x^* = \sqrt{gh\Delta t^2 + 4h^2} \quad (3)$$

である。この式に対し、差分の際に擬似的な空間格子を仮定し、擬似格子上的流量と水位を本来の実格子上の値から補間することで求める（Yoon，2002）。

陽的な方法である移流項については1次の数値粘性による波形の平滑化の影響を抑えるため、3次精度の風上差分を採用する。さらに、渦動粘性係数 ν_e の値

および碎波開始の条件は岩瀬ら（2001）の方法に従う。

3. 数値実験によるモデルの妥当性の検討

3.1 方程式系による波動の変形の違い

浅水理論モデルと本研究で提案した非線形分散波理論モデルについて、水平床での孤立波の空間波形の比較を図-1に示す。波長分割数 $L/\Delta x = 87$ であり、ここでは運動量の損失は考慮していない。浅水理論モデルの計算結果は、非線形性により前傾化した波が伝播しているのに対し、非線形分散波モデルの計算結果は、非線形性と分散性の相互作用により、波峰が複数の孤立波に分裂していることが確認できる。このように分散性を考慮した方程式系は、浅水理論による波形とは大きく異なっていることがわかる。

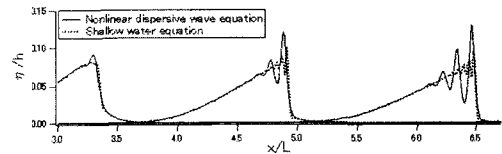


図-1 水平床に対する孤立波の伝播

3.2 数値モデルの妥当性の検証

次に、津波の碎波・遡上問題に関して Synolakis(1987)の水利実験の再現計算を行い、実験結果と比較することにより本研究で提案したモデル（式(1)と(2)）の妥当性について調べる。図-2に示すような1次元水路に対し、波長 $L/2 = |X_1 - X_0|$ ，波高 H の孤立波を伝播させた。計算格子は時間間隔 $\Delta t = 0.001s$ とし、空間格子間隔は水深の変化に応じて3段階に設定した。

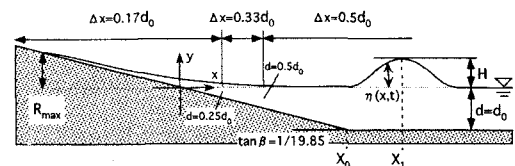


図-2 伝播および遡上の実験条件 ($d_0 = 15cm$)

図-3は、波高水深比が 0.28 の場合の、無次元化した各時刻における数値計算結果と水利実験結果の空間波形である。水利実験では、孤立波は非線形性と分散性の相互作用によって波高が増幅し、さらに汀線に近

づくと、増幅・前傾化した孤立波は砕波しながら陸上へ遡上する。浅水理論モデルは非線形効果のみが働くため実験値よりも大きく前傾化しており、また、波高も移流項の1次風上差分から生じる数値粘性の影響により減衰し、水理実験の概形を十分に再現できていない。一方、非線形分散波モデルによる計算結果は、分散項と3次精度の風上差分による移流項により、遡上前 ($t(g/d_0)^{1/2}=10, 15, 20$) において先端部の波形勾配や波の増幅過程が実験結果と良好に一致している。その後、孤立波は運動量損失項の働きによって砕波するが、水理実験の概形との差は大きくなり、最終的な遡上高さは実験結果よりも小さくなる。よって、遡上に関しては問題が残るものの、本研究のモデルにより浅水理論モデルよりも精度良く浅海域での波の変形を再現できる。

図-4は、孤立波の入射波高に対する遡上高をプロットしたものである。両モデルの計算結果とも、水理実験結果からの算定式と同様の傾向を示している。非砕波領域では、運動量損失項の働きが小さいため計算結果は実験値にほぼ一致しているが、砕波領域になると15~20%小さい値となっている。しかし、浅水理論の波高減衰は数値粘性に起因するのに対し、本研究のモデルでは砕波減衰項による運動量損失を考慮しており、後者の方がより物理的な結果であるといえる。

4. おわりに

本研究では非線形分散波理論において、津波現象への適用性の高い、新しいアイデアに基づく陽解法による数値計算法を提案した。なお、本モデルは2次元問題の拡張も容易であり、領域接続などの境界条件も従来の方法を利用することで、海底実地形に対する津波の発生・伝播・遡上の一括計算が可能である。

参考文献

- 岩瀬浩之, 深澤雅人, 後藤智明 (2001): ソリトン分裂の砕波変形に関する水理実験と数値計算, 海岸工学論文集, 第48巻, pp.306-310.
- 首藤伸夫 (2002): 津波はどこまで解明されているか, ながれ 21, pp.474-480.
- Synolakis, C.E. (1987): Runup of solitary waves, J. Fluid Mech., Vol.185, pp.523-545.
- Yoon, S. B. (2002): Propagation of distant tsunamis over slowly varying topography, J. Geophys. Res., 07(C10), 3140, doi: 10.29147/2001JC000791, pp.4-11.

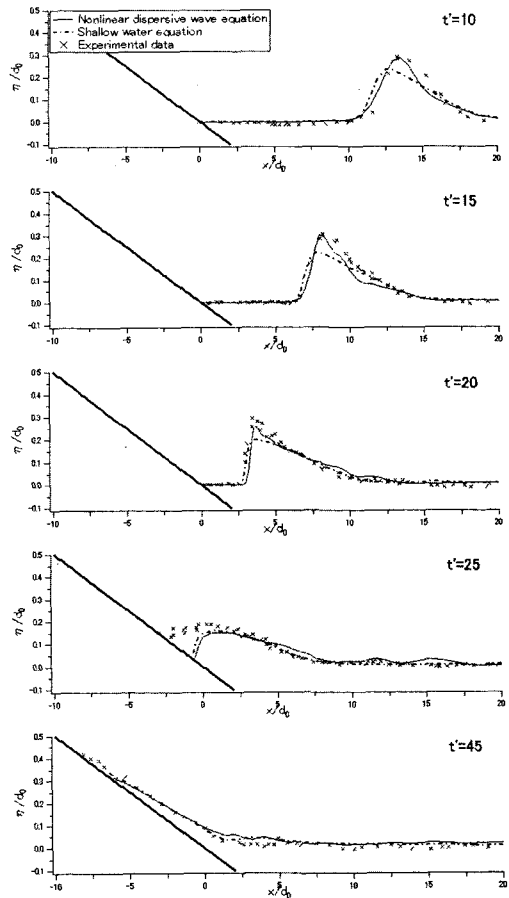


図-3 孤立波の遡上 ($H/d_0=0.28$)
上から $t'=t(g/d_0)^{1/2}=10, 15, 20, 25, 45$

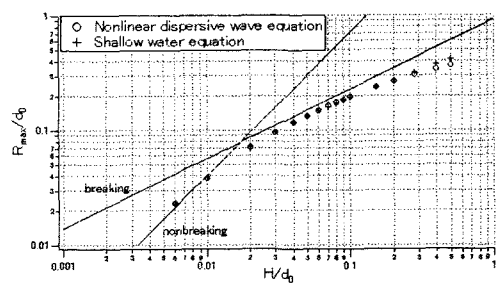


図-4 孤立波の波高と最大遡上高さの関係
図中の直線は水理実験結果からの算定式